

GUÍAS DE LA COMISIÓN BRAILLE ESPAÑOLA

Signografía matemática

**Comisión Braille Española
ONCE**

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Guías de la Comisión Braille Española Signografía matemática Primera edición, Madrid 2007

© Comisión Braille Española. Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE). Dirección General. Dirección de Cultura y Deporte. Departamento de Recursos Culturales. Calle del Prado, 24, 28014 Madrid

Diseño de la cubierta: Gabinete de Diseño. Dirección de Comunicación e Imagen. ONCE. Consejo General

Coordinación de la edición: Departamento de Recursos Culturales. Dirección de Cultura y Deporte. ONCE. Dirección General

La presente edición ha estado al cuidado de Francisco Javier Martínez Calvo

Signografía matemática:

ISBN: 978-84-484-0195-5

D.L.: M-11661-2007

Queda prohibida la reproducción total o parcial de este libro, su inclusión en un sistema informático, su transmisión en cualquier forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares de los derechos de autor.

Impreso en España - Printed in Spain

Maquetación e impresión: Artes Gráficas Palermo, S.L.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Introducción

En junio de 1987, en Montevideo (Uruguay), las Imprentas Braille de Habla Hispana aprueban el «Código Matemático Unificado para la lengua castellana» (en adelante, CMU). Desde ese momento los lectores braille de habla hispana disponen de una signografía oficial para textos matemáticos.

La escritura matemática en caracteres visuales, así como, en general, la científica, utiliza recursos gráficos para calificar y expresar atributos de variables y entidades matemáticas (por ejemplo, índices y marcas), representaciones bidimensionales (tales como matrices) y representaciones gráficas complejas en distintos niveles (caso de las divisiones). Estas peculiaridades podrían parecer complejas para ser representadas mediante un sistema de escritura básicamente lineal como es el braille. El CMU resuelve esta complejidad con sencillez y claridad, permitiendo que estas estructuras matemáticas puedan ser escritas ateniéndose a las peculiaridades de la lectura secuencial a través del tacto.

Pasados 20 años, y a pesar de que cada vez más las herramientas informáticas y procesadores de texto permiten obtener ediciones más ricas visualmente, el CMU sigue teniendo plena vigencia.

En base a ello, esta guía sigue la estructura por capítulos y secciones de dicho código, con el fin de no crear posibles equívocos si se consultan ambos documentos.

Por último, queremos agradecer a los creadores del CMU, que han sido nuestros maestros y compañeros, el camino que nos han abierto tanto a usuarios del braille como a transcritores. Sin lugar a dudas,

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

su racionalidad seguirá siendo útil a muchas generaciones y base para la elaboración de otras signografías científicas.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Recomendaciones a tener en cuenta en la escritura de textos matemáticos

Antes de comenzar la transcripción de textos matemáticos es conveniente tener en cuenta las siguientes recomendaciones recogidas en el CMU:

1. Las expresiones matemáticas se escribirán, en general, sin espacios intermedios (espacios en blanco). No obstante, en algunos casos, por razones de claridad, se hace necesario dejar espacios en blanco antes y después de algunos signos que expresamente se indican en las tablas correspondientes (ejemplo: «por lo tanto»).

Del mismo modo, esta excepción se aplica en algunos casos a otros signos: por ejemplo, la igualdad en el caso de tablas o gráficas (v. 7.5.1).

2. Para evitar posibles confusiones, se recomienda no utilizar la estenografía¹ braille en los textos de ciencias exactas o naturales.

¹ «Estenografía: Sistema de escritura abreviada para el braille en el que un único signo puede representar una palabra o un grupo de letras. Su finalidad es ahorrar espacio y aumentar la velocidad de lectura. Desde 1932 actúa oficialmente como braille convencional para los países angloparlantes. Existen tablas estenográficas para distintos idiomas, como el español, el francés o el alemán.» CEBRIÁN DE MIGUEL, MARÍA DOLORES (2003). *Glosario de discapacidad visual*, Madrid: ONCE.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

3. Cuando aparezca una fórmula matemática incluida en un texto, se dejarán dos espacios en blanco antes y después de la fórmula.

4. El corte de una expresión matemática al final de un renglón se efectuará, tal como ocurre en la escritura visual, en un signo de relación o de operación (como la igualdad, la suma, etc.). Este signo se repetirá al comenzar la línea siguiente.

Una excepción a esta regla son las expresiones de conjuntos definidos por extensión, sucesiones, etc., que pueden cortarse tras un signo de puntuación (como «punto y coma», «dos puntos»), el cual no se repetirá en el renglón siguiente.

5. Se recomienda (fundamentalmente a los editores) que en los textos de Matemáticas y Ciencias Exactas en general se incluyan tablas con los signos utilizados y su significado, así como la representación gráfica (cómo es en tinta) de la signografía y los gráficos utilizados.

6. También se recomienda explicar la función y el uso de los paréntesis auxiliares cuando aparezcan por primera vez en un texto, dado que se trata de un recurso propio del sistema braille.²

² En la sección 1.3 se recogen los signos de apertura y cierre de paréntesis auxiliares, así como una explicación de cuál es su uso.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Importancia del contexto en la escritura braille

Los seis puntos que forman el signo generador braille permiten obtener 63 combinaciones de puntos, con los que se construyen los caracteres braille. Con este número de combinaciones se ha de dar respuesta a las distintas representaciones en caracteres visuales de materias científicas.

Uno de los recursos de los que nos valemos para ello es el contexto en el que estamos escribiendo, de modo que un carácter braille tiene un significado determinado en la *Signografía Básica* y otro en cualquier otra materia.

El asterisco tiene un valor determinado en Matemáticas —puntos 256— (utilizado, por ejemplo, entre otras cosas, cuando se quiere indicar que un conjunto numérico no tiene incluido el número 0), y en la *Signografía Básica* otro (puntos 35). Es también el caso del signo «dos puntos», que en la *Signografía Básica* se corresponde con el carácter braille 25, mientras que, cuando es utilizado en la escritura de funciones, se forma con los puntos 46.

Por lo tanto, se ha de ser muy cuidadoso en la utilización de signos braille en función del contexto en el que estemos escribiendo. Esta circunstancia es más importante en la transcripción de libros de texto y de apuntes, cuyo contenido exige la utilización tanto de la *Signografía Básica* como de los códigos concretos de cada materia, como en este caso las Matemáticas.







SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

1. Prefijos alfabéticos y signos unificadores

1.1. Prefijos alfabéticos

En Matemáticas, así como en otras ciencias, se utilizan letras de distintos alfabetos. Con el fin de indicar a cuál de ellos pertenece una letra determinada se utilizan los siguientes prefijos:

Signo braille	Puntos braille	Significado
	5	prefijo de letra latina minúscula
	46	prefijo de letra latina mayúscula
	4	prefijo de letra griega minúscula
	45	prefijo de letra griega mayúscula
	6	prefijo de letra gótica y otras variantes tipográficas en minúscula
	56	prefijo de letra gótica y otras variantes tipográficas en mayúscula

Algunas letras de otros alfabetos con significado concreto en Matemáticas tienen signos braille específicos (por ejemplo, *Alef*, que se encuentra en el capítulo 6. *Teoría de conjuntos y lógica*, apartado 6.1).

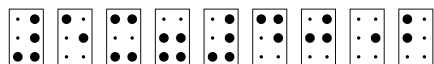
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

¿Cuándo se utiliza el prefijo de letra y cuándo no?

En la escritura braille de expresiones matemáticas *todas las letras irán provistas del prefijo correspondiente, a excepción de las latinas minúsculas que solo llevarán su prefijo en los siguientes casos:*³

a) *Las letras de la 1.ª serie*⁴ *cuando las preceda un número y pudieran, por lo tanto, confundirse con una cifra.*

Ejemplos: 5x = 40b





b) *Delante de cualquier letra latina cruzada, tachada o marcada con puntos en la parte superior, para evitar confusiones con las letras griegas.*

Con el carácter formado por el punto 4 se indica que una letra está punteada, y con el formado por los puntos 45 se indica que una letra está tachada.

³ Los casos que están recogidos en el CMU se han escrito en cursiva (casos a) y b). El caso c), aunque no viene recogido como caso específico en dicho código, se deduce de su aplicación.

⁴ Las letras de la 1.ª serie, primeras diez letras del alfabeto, se corresponden con las diez cifras de los números arábigos (ver ficha 2-1 de la *Signografía Básica*).

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Significado
	4	prefijo de letra punteada
	45	prefijo de letra tachada

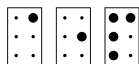
Ambos prefijos son iguales a los de «minúscula» y «mayúscula griega», respectivamente. Si no se incluyese el prefijo de «latina minúscula» antes de la letra afectada, su lectura correspondería a una letra griega.

La secuencia de escritura braille será:

- 1.º) Signo de punteado o tachado, según corresponda.
- 2.º) Prefijo de «latina minúscula».
- 3.º) Letra afectada.

Ejemplos:⁵

ρ



p minúscula punteada

π



pi minúscula

⁵ En algunos de estos ejemplos se utilizan letras griegas que están recogidas en la sección 1.2. *Representación braille del alfabeto griego.*

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

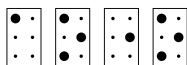
π		pi minúscula punteada
ρ		p minúscula tachada
Ω		omega mayúscula
Ω		omega mayúscula tachada
β		beta minúscula tachada

c) Cuando, a continuación de los signos de «mayor que» o «muy superior a» (v. 4.2. Relaciones numéricas elementales) sea preciso escribir la letra «o». El signo de «mayor que» se representa con los puntos 135, al igual que la letra «o», y el signo de «muy superior a» se representa repitiendo dos veces los puntos 135.

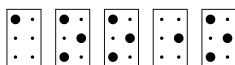
Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	135	O	letra «o»
	135	>	mayor que
	135-135	>>	mucho mayor que muy superior a

De este modo la secuencia **a>o** en braille se escribirá:

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA



La secuencia **a>>o** en braille se escribirá:

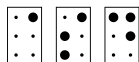


En Matemáticas, «letra latina» = «letra base»

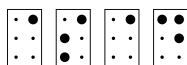
En la escritura braille de textos matemáticos, la letra base es la latina. De este modo, cuando una letra latina minúscula venga precedida de una letra griega o gótica no será necesario escribir su prefijo (punto 5).

Ejemplo:

σd («*sigma griega minúscula*» seguida de «*d latina minúscula*») se escribe:



$\sigma\delta$ («*sigma minúscula*» seguida de «*delta minúscula*») se escribe:



























SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

























SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

1.2. Representación braille del alfabeto griego

Las letras griegas son frecuentes en los textos matemáticos y científicos en general.

Minúsculas				Mayúsculas		
	4-1	α	alfa		45-1	Α
	4-12	β	beta		45-12	Β
	4-1245	γ	gamma		45-1245	Γ
	4-145	δ	delta		45-145	Δ
	4-15	ε	épsilon		45-15	Ε
	4-1356	ζ	zeta		45-1356	Ζ
	4-156	η	eta		45-156	Η
	4-1456	θ	theta		45-1456	Θ
	4-24	ι	iota		45-24	Ι
	4-13	κ	kappa		45-13	Κ
	4-123	λ	lambda		45-123	Λ
	4-134	μ	my		45-134	Μ

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	4-1345	v	ny		45-1345	N
	4-1346	ξ	xi		45-1346	Ξ
	4-135	ο	ómicron		45-135	O
	4-1234	π	pi		45-1234	Π
	4-1235	ρ	rho		45-1235	P
	4-234	ς σ	sigma		45-234	Σ
	4-2345	τ	tau		45-2345	T
	4-136	υ	ípsilon		45-136	Υ
	4-124	φ	phi		45-124	Φ
	4-12346	χ	ji		45-12346	X
	4-13456	ψ	psi		45-13456	Ψ
	4-2456	ω	omega		45-2456	Ω

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

1.3. Signos unificadores y paréntesis auxiliares





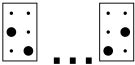
Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	126 ... 345	()	paréntesis
	12356 ... 23456	[]	corchetes
	5-123 ... 456-2	{ }	llaves
	5-13 ... 46-2	< >	paréntesis angulares
	456 ... 456-0d ⁶		barras (seguidas de semicajetín en blanco)

⁶ Con «0d» se indica que el signo braille que se haya de escribir en ese lugar no ha de tener ni el punto 1, ni el 2, ni el 3 (*semicajetín en blanco por la derecha*). Si no se cumple esta condición es necesario dejar un espacio en blanco entre el signo de «cierre de barra» y el signo siguiente. Ejemplos:

|a,b,c|M

|a,b,c|3

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	456-123 ... 456-123		barras dobles
	5-345 ... 126-2		llaves especiales ⁷
	26 ... 35		paréntesis auxiliares

Paréntesis auxiliares

Los paréntesis auxiliares son un recurso específico del braille para la escritura de textos matemáticos y científicos. Se utilizan con el fin de limitar expresiones que en la escritura visual aparecen unificadas de diversas maneras, tales como el distinto tamaño de subíndices y superíndices, el distinto nivel respecto a la línea básica de la escritura (fracciones), los radicandos, etc.

Ejemplo:

$$\frac{a+b}{c+d}$$

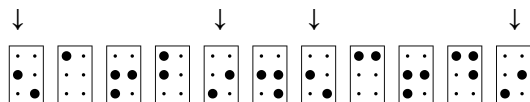
⁷ En general, los signos de «llaves especiales» se utilizarán para representar la apertura y el cierre, respectivamente, de todos aquellos signos unificadores que puedan aparecer en caracteres visuales y no estén recogidos en este apartado.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Para su escritura de forma lineal es necesario utilizar el recurso de los paréntesis auxiliares de este modo:

- Expresión «a+b» encerrada entre paréntesis auxiliares.
- Signo de división (v. 4.1. *Signos de operaciones aritméticas elementales*).
- Expresión «c+d» encerrada entre paréntesis auxiliares.

En braille se escribirá del siguiente modo (los signos de apertura y cierre de «paréntesis auxiliares» se señalan con una flecha):



No será necesario el uso de paréntesis auxiliares cuando se trate de expresiones que están unificadas, bien por su significado matemático, bien por signos unificadores tales como paréntesis comunes, corchetes, llaves, etc.

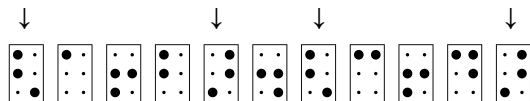
Ejemplo:

$$\frac{(a + b)}{(c + d)}$$

En este caso no serían necesarios, pues cada una de las expresiones está encerrada entre paréntesis comunes.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

En braille se transcribirá (los signos de «abrir» y «cerrar paréntesis» se señalan con una flecha):



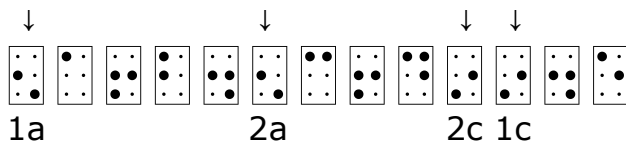
Los paréntesis auxiliares pueden repetirse indefinidamente sin que haya lugar a equívocos, ya que los signos de cierre se colocan en orden inverso a las aperturas correspondientes (v. 5.1).

Ejemplo:

$$a + \frac{b}{c + d}$$

$$e$$

En braille se transcribe así (el signo de «abrir paréntesis» de cada par se señala con el número seguido de una «a», y el de cierre seguido de una «c»):



SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

2. Índices y marcas

2.1. Posiciones

En caracteres visuales, un signo puede estar afectado por letras, números, expresiones, marcas, etc., en alguna de las posiciones que figuran en el gráfico siguiente:







1 2 3
Z
4 5 6

Posición 1	Superíndice a la izquierda
Posición 2	Superescrito
Posición 3	Superíndice a la derecha (caso más habitual, que afecta a los exponentes que indican la potencia de un número o expresión)
Posición 4	Subíndice a la izquierda
Posición 5	Suscrito
Posición 6	Subíndice a la derecha

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

2.2. Subíndices y superíndices

Para indicar la posición en que se encuentra el índice se utilizan los siguientes signos braille escritos a continuación del signo base al que afectan:

Signo braille	Puntos braille	Significado
	34	subíndice a la derecha ⁸
	16	superíndice a la derecha
	6-34	subíndice a la izquierda
	4-16	superíndice a la izquierda
	34-34	índice en suscrito
	16-16	índice en superescrito

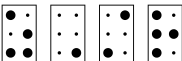
⁸ Cuando las marcas están situadas a la derecha se suele obviar la referencia al lugar. En los ejemplos incluidos en esta guía donde figuren marcas e índices no se menciona la referencia al lugar donde se encuentran con respecto al símbolo base cuando están a la derecha, mencionándose solo cuando están a la izquierda.

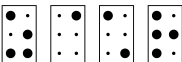
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

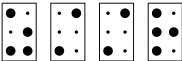
Ejemplos (en ellos se utiliza la «z» como letra base y la «r» como índice):

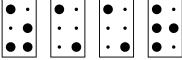
z_r  z con subíndice «r»

z^r  z con superíndice «r»

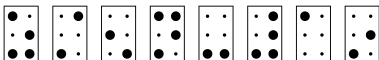
${}_r z$  z con «r» en subíndice a la izquierda

${}^r z$  z con «r» en superíndice a la izquierda

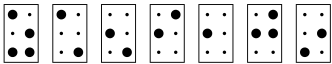
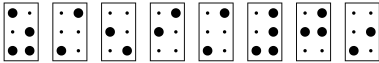
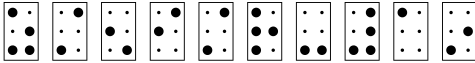
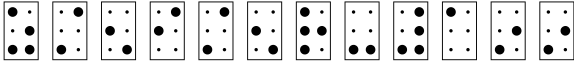
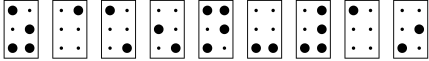
z_r  z con «r» suscrita

${}^r z$  z con «r» superescrita

Si el índice estuviera formado por varios términos o por una expresión matemática, se encerrará entre paréntesis auxiliares. Ejemplos (para la escritura de números, ver capítulo 3. *Números*):

z_{n-1}  z con subíndice «n-1»


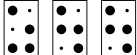
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$Z^{i,j}$		z con superíndice «i,j»
Z_{i_0}		z con subíndice «i» con subíndice «0»
$Z_{i_{r-1}}$		z con subíndice «i» con subíndice «r» menos 1
$Z_{i_{r-1}}$		z con subíndice «i» con subíndice «r-1»
${}^{n-1}Z$		z con superíndice a la izquierda «n-1»

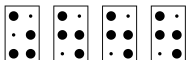
Análogamente para cualquier posición.

2.3.1. Marcas a la derecha en superíndice









Las marcas «prima», «segunda» y «tercera» son de uso frecuente y tienen un signo específico. En caracteres visuales se representan por una, dos o tres comas respectivamente en posición de superíndice. En braille, cada una de estas comas se escribe con el carácter braille formado por los puntos 1256.

Z'		z prima
Z''		z segunda

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Z'''  z tercera

El resto de marcas se escriben a continuación del signo base utilizando su signo propio seguido del punto 3.⁹ Los principales signos que se utilizan como marcas en el contexto matemático son:

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	235-3	 +	marca de signo positivo en superíndice
	36-3	 -	marca de signo negativo en superíndice
	356-3	 °	marca de círculo en superíndice
	256-3	 *	marca de asterisco en superíndice

A continuación, se dan ejemplos de su escritura, utilizando la letra «z» como base:

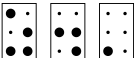
Z^+  z con un signo positivo

⁹ Cuando el contexto en el que se escribe se corresponde con Química, no se utiliza el punto 3, como queda explicado en la signografía para *Química Lineal* (v. 4. Iones y números de oxidación).

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

z^-  z con un signo negativo

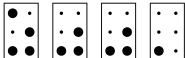
z°  z con círculo¹⁰

z^*  z con asterisco

La marca se repetirá cuantas veces sea necesario, colocando el punto 3 tras la última repetición.

Ejemplos:

z^{+++}  z con tres signos positivos

$z^{\circ\circ}$  z con dos círculos

z^{--}  z con dos signos negativos

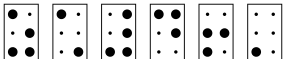
Si la base está afectada por cuatro o más marcas iguales, suele representarse en caracteres visuales con el número de marcas seguido de la marca en cuestión. En braille será necesario el signo de

¹⁰ Cuando $^\circ$ es utilizado para indicar *grados* no va seguido del punto (v. 8.2. *Medidas angulares*).

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

superíndice seguido del número, la marca correspondiente y un último carácter con el punto 3.

Ejemplo:

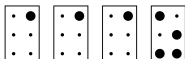
Z^{4+}  z con cuatro signos positivos

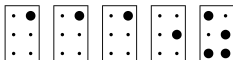
2.3.2. Marcas en superescrito y suscrito

Ambas son las únicas marcas que se escriben antes del símbolo base al que afectan.

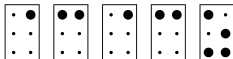
En el caso particular de las letras marcadas con uno, dos o tres puntos en superescrito, es necesario utilizar el prefijo alfabético correspondiente, incluso para las letras latinas minúsculas, como se ve en los siguientes ejemplos:

\dot{Z}  Z con punto en superescrito

ζ  letra griega zeta minúscula con dos puntos

\ddot{z}  zeta minúscula con tres puntos

\bar{Z}  zeta superrayada

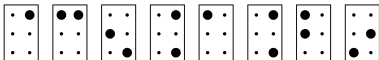
$\underline{\underline{Z}}$  zeta con dos rayas horizontales

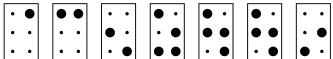
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

\underline{z}  zeta subrayada

\tilde{z}  línea ondulada sobre la zeta

Si la marca en superescrito afecta a más de una letra o una expresión que contenga más de un término, estos se encerrarán entre los correspondientes paréntesis auxiliares.

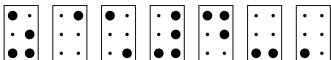
\overline{AB}  raya sobre A y B

$\overline{z''}$  zeta segunda superrayada

2.3.3. Marcas en otras posiciones

Cuando cualquiera de las marcas anteriores aparezca en otra posición, será necesario el uso del indicador braille de posición:

z_+  z con signo positivo en subíndice a la derecha

4z  z con cuatro signos negativos en posición de superíndice a la izquierda

${}_{,}z$  z segunda en posición de subíndice a la izquierda.

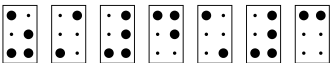
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

2.4. Símbolos con varios índices¹¹

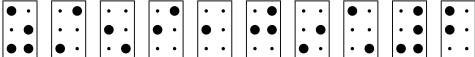
2.4.1. Subíndices y superíndices simultáneos

Cuando un símbolo o letra está afectado simultáneamente por un subíndice y un superíndice, se transcribirán por ese mismo orden: primero el subíndice y luego el superíndice.

Ejemplos:

$$z_4^3$$


z con subíndice «4» y superíndice «3» (al cubo)

$$z_{i,j}^2$$


z con subíndice «i,j» y superíndice «2» (al cuadrado)

2.4.2. Caso general

El orden que se ha de seguir en la escritura cuando un símbolo base está afectado por más de un índice y/o marca, será el siguiente:

- 1.º Marcas en superescrito.
- 2.º Símbolo base o portador.
- 3.º Índices literales y numéricos a la izquierda.

¹¹ Esta forma de representación no se aplica en la escritura de los símbolos de algunas entidades matemáticas, tales como integral (\int), sumatorio (Σ), productorio (\prod) y otros, ya que no se utilizan los signos que indican el lugar donde está situado cada uno de los índices. En la sección correspondiente se dará cuenta de esta circunstancia, explicando cuál es la operativa que se sigue en estos casos.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

- 4.º Marcas a la izquierda.
- 5.º Marcas a la derecha.
- 6.º Subíndices a la derecha.
- 7.º Superíndices a la derecha (o exponente).

Ejemplos:

z'_0		z prima con subíndice «0»
z'^3		z prima con superíndice «3» (al cubo)
\overline{z}_0		z con subíndice «0» superrayada
$\overline{(z'_0)}^2$		z prima con subíndice «0», entre paréntesis, superrayada y con superíndice «2» (al cuadrado)

Si en esta expresión no figuraran paréntesis, para su transcripción al braille se utilizarán paréntesis auxiliares.



$\overline{z'_0}^2$		z prima con subíndice «0», superrayada y con superíndice «2» (al cuadrado)
---------------------	--	--

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

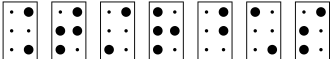
2.5. Índices desplazados

La transcripción en braille de los índices desplazados se efectuará escribiendo, antes del indicador de posición correspondiente, el signo 56 para los subíndices y el signo 45 para los superíndices.

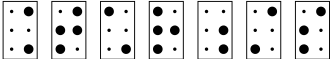
Siempre se escribirá primero el índice que está más cercano al signo base, es decir, el no desplazado.

Signo braille	Puntos braille	Significado
	45	superíndices desplazados
	56	subíndices desplazados

En estos dos ejemplos la «s» está desplazada.

T_r^s 

T subíndice «r», superíndice desplazado «s»

T_s^r 

T superíndice «r», subíndice desplazado «s»¹²

¹² Obsévese en este caso que, siguiendo la norma de la escritura de «índices desplazados», se escribe primero el superíndice que afecta a la letra base, en lugar del subíndice. De no estar desplazado el subíndice, el orden sería el inverso (v. 2.4.1. *Subíndices y superíndices simultáneos*).

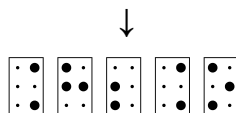
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

2.6. Índices numéricos abreviados

Los subíndices numéricos colocados a la derecha en la notación de matrices, determinantes, gráficos y en fórmulas químicas,¹³ pueden representarse en forma abreviada¹⁴ utilizando los elementos braille de la quinta serie (números en posición baja¹⁵) sin indicador de posición ni signo numérico.

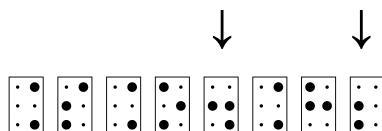
Ejemplos (en ellos se indica con una flecha cuál es el número en posición baja abreviado):

H₂O



Fórmula del agua

SO₄H₂



Fórmula del ácido sulfúrico

¹³ Para la escritura de textos de Química existe una signografía específica llamada *Química lineal*, en cuyos capítulos 2 y 3 se detalla la escritura de índices que afectan a elementos químicos y moléculas.


¹⁴ Se entiende por «representación abreviada de los números» cuando, en determinados contextos, no es necesario escribir el signo de número que le precede (v. 7.5.1 en los ejemplos de escritura de «matrices»).








¹⁵ V. 3.2.2. *Números fraccionarios* («Recurso de los números en posición baja»).

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA




3. Números

3.1. Caracteres árabes o guarismos

Para su escritura se utilizan las diez primeras letras del alfabeto precedidas del carácter  (puntos 3456), que actúa como prefijo para todas las cifras del número.


Signo braille	Puntos braille	Significado
	3456-1	1
	3456-12	2
	3456-14	3
	3456-145	4
	3456-15	5
	3456-124	6
	3456-1245	7

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Significado
	3456-125	8
	3456-24	9
	3456-245	0

En determinados casos, como la representación de tablas, matrices, etc... y con el fin de que una estructura completa entre en una misma hoja braille (v. 7.5.1), se podrá prescindir del signo de número, dando cuenta de ello en una *Nota de transcripción braille*.

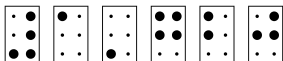
Punto de millar

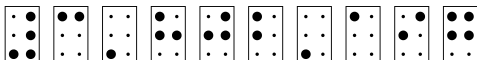
Signo braille	Puntos braille	Significado
	3	punto de millar

Según la norma, en los textos en caracteres visuales los números no deben llevar puntos de millar, si bien se siguen utilizando incorrectamente. Si los números son muy largos, para facilitar su lectura, pueden separarse en grupos de tres cifras utilizando espacios en blanco. Sin embargo, en braille siempre se escribirá el punto de millar, figure lo que figure en el original.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

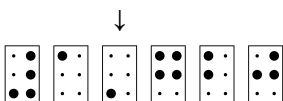
Ejemplos:

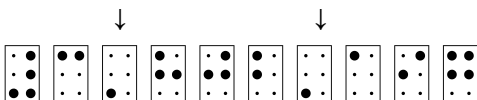
1.720 

3.802.197 

Como se puede observar, no es necesario escribir otra vez el signo de número después del punto de millar cada vez que se inicia un período de tres cifras.

Ejemplos (se señala con una flecha el signo de punto, que se ha omitido en la escritura en caracteres visuales):

1 720 

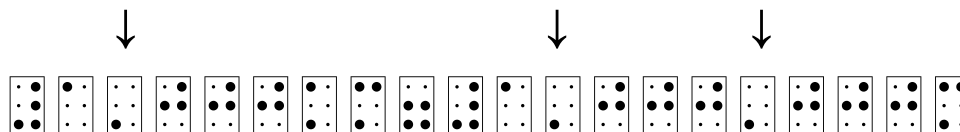
3 802 197 

Igualmente, en aquellos casos en que se omita el espacio en caracteres visuales, en braille siempre se escribirá el punto.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplo:

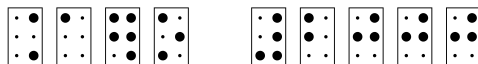
$$1000 \text{ km} = 1000000 \text{ m}$$



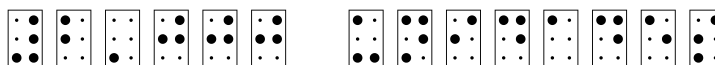
Aunque no es algo específico de la escritura de textos matemáticos, sino una norma general, es conviene recordar que de esta regla se exceptúa en braille la escritura de los años, que, al igual que en caracteres visuales, nunca debe llevar el punto de millar.

Ejemplos:

Año 2000



2000 unidades

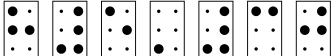


El punto en la escritura de las horas

Cuando se escribe un punto separando la cifra de las horas de la de los minutos es preciso el signo de número delante de cada una de las dos cifras.


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplo:

h. 5.30  hora cinco treinta

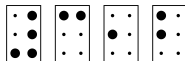
3.2. Números decimales y fraccionarios

3.2.1. Números decimales y periódicos

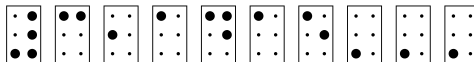
Signo braille	Puntos braille	Significado
	2	coma decimal ¹⁶

Ejemplos:

3,2



3,1415...



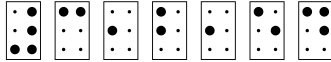
Período decimal

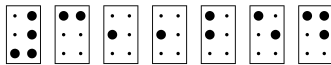
Las expresiones decimales periódicas se transcribirán, sea cual fuere su representación en tinta, utilizando dos comas: la primera transcribe la coma decimal y la segunda precederá a la primera cifra del período.

¹⁶ El CMU, refiriéndose a los países de habla hispana, señala textualmente que «en aquellos países donde en vez de coma decimal se use el punto decimal, se le representará igualmente con el punto» 2.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplos:

3,254 

3,254 

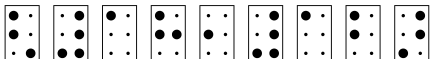
En este último ejemplo, el período incluye todas las cifras decimales que componen el número, por lo que el punto 2 deberá escribirse dos veces seguidas: la primera para indicar que comienza la parte decimal y la segunda para indicar que comienza el período.

Al igual que ocurre con «el punto de millar», después de la «coma decimal» y de la de «período» no es necesario volver a escribir el signo de número.

Coma en pares de abscisas-ordenadas

Cuando se separan con una coma los valores numéricos de las abscisas y de las ordenadas es preciso escribir el signo de número antes de cada cifra.









Ejemplo:

(18,12) 



SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

3.2.2. *Números fraccionarios (recurso de los «números en posición baja»)*

Para la escritura de números que se encuentran en determinados contextos se utilizan los elementos de la 5.ª serie, la cual se corresponde con las diez primeras letras del alfabeto desplazadas una fila más abajo, de modo que no se utilizan los puntos 1 y 4.

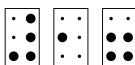
Signo braille	Puntos braille	Significado
	3456-2	1 en posición baja
	3456-23	2 en posición baja
	3456-25	3 en posición baja
	3456-256	4 en posición baja
	3456-26	5 en posición baja
	3456-235	6 en posición baja
	3456-2356	7 en posición baja
	3456-236	8 en posición baja

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Significado
	3456-35	9 en posición baja
	3456-356	0 en posición baja

Si el número tiene más de una cifra, ambas se escribirán en posición baja:

17



17 en posición baja

Números fraccionarios

Se escribirán siguiendo la secuencia:¹⁷

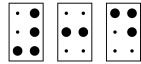
- Signo de número.
- Numerador: cifra o cifras del numerador a continuación del signo de número y escritas en posición baja.
- Denominador: cifra o cifras del denominador escritas en posición normal de número (parte superior del cajetín).

¹⁷ No es conveniente esta forma de representación en las «proporciones». Ver el primer ejemplo de 4.2. *Relaciones numéricas elementales.*

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

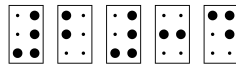
Ejemplo:

$$\frac{3}{4} \text{ ó } \frac{3}{4}$$



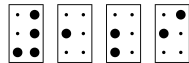
tres cuartos

$$2\frac{3}{4} \text{ ó } 2\frac{3}{4}$$



dos enteros, tres cuartos

$$12/9$$



doce novenos

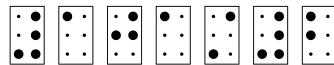
3.3. Números representados en distintas bases

En caracteres visuales se escriben indicando la base, en subíndice, a la derecha del número.

En braille se utilizará el signo de subíndice formado por los puntos 34.

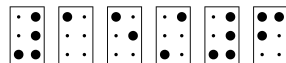
Ejemplos:

$$101_2$$



Número 101 en base 2

$$15_6$$



Número 15 en base 6

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

En los sistemas de numeración de base superior a 10 se hace necesario introducir nuevos símbolos para la representación de «cifras». Para ello se utilizan generalmente letras. En braille cada una de dichas letras llevará el prefijo alfabético correspondiente y no interrumpirá el valor del signo numérico.

Ejemplos:

1B4₁₃ Número 1B4 en base 13

3.4. Variantes tipográficas de los números

Cuando en los números existan variantes tipográficas o de color que sean significativas, se transcribirán anteponiendo al signo numérico los puntos 56, u otros prefijos, si fuera necesario, de los que se encuentran en el Apéndice II, dando siempre cuenta de ello en una *Nota a la edición braille* y en la tabla de signos correspondiente.

Ejemplo:

24

Si es preciso indicar que una de las cifras de un número está escrita con una tipografía especial, se puede utilizar la tercera serie del

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

alfabeto braille, que está integrada por los diez primeros caracteres con los que se forman las cifras más los puntos 3 y 6.

Ejemplo:

8.592




Número 8592 con las cifras impares en tipografía distinta.

3.5. Representación de los principales conjuntos numéricos

Signo braille	Puntos braille	Signo en tinta	Significado
	456-1345	N	números naturales
	456-1356	Z	números enteros
	456-12345	Q	números racionales
	456-1235	R	números reales
	456-14	C	números complejos

Por analogía, se formarán así otros conjuntos de números cuyos signos no tienen reconocida una representación oficial, pero que en ocasiones aparecen en libros de texto o en apuntes y es necesario representar. Sería el caso, entre otros, de:

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Signo en tinta	Significado
	456-24	I	números irracionales
	456-1234	P	números primos
	456-145	D	números decimales

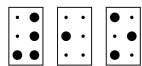
Ni su representación en caracteres visuales, ni su correspondiente en caracteres braille están reconocidas oficialmente. En la confección de textos y apuntes en braille se ha de dar cuenta de su uso en una *Nota a la edición braille* o una *Nota de transcripción braille*, además de su inclusión en la tabla de signos correspondiente, ya que pudieran coincidir con otros signos. Por ejemplo, el «Conjunto de los Números Irracionales» (I) tiene la misma representación braille que el signo de mayor tamaño que representa la «disyunción» —v. 6.2. *Lógica*—, y el de los «Números decimales» (D) es igual que el utilizado para la «derivada parcial».

3.6. Ordinales

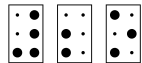
Se forman con los signos de la quinta serie («números en posición baja», v. 3.2.2) precedidos del signo numérico y seguidos de las letras «a» u «o».

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

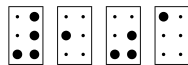
Ejemplo:



1.º

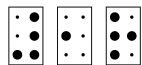


2.º

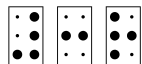


10.^a, etc.

Los ordinales «primer» y «tercer» se representan:




1.^{er}



3.^{er}

3.7. Números romanos

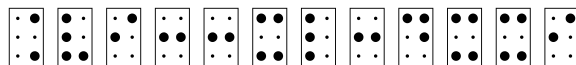
Aunque los números romanos se representan en tinta con letras mayúsculas, para su transcripción en braille bastará con utilizar el prefijo  (46) solamente al comienzo del número.

El trazo horizontal que multiplica por mil la parte cubierta del número y el doble trazo que multiplica por un millón, se transcribirán usando 25 y 25-25, respectivamente, detrás de la última letra afectada.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

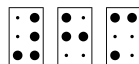
Ejemplo:

VIXLDXXI (6 040 521)



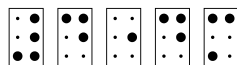
3.8. Ejemplos de transcripción de medidas

8 m



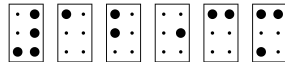
Ocho metros

4 dm



Cuatro decímetros

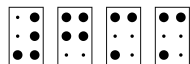
12 cm



Doce centímetros

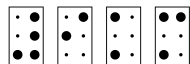
En estos dos últimos ejemplos es necesario anteponer el prefijo de latina minúscula (punto 5) para indicar que «d» en un caso y «c» en el otro no son cifras sino letras.

7 mm



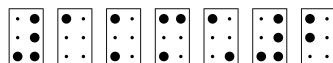
Siete milímetros

9 km



Nueve kilómetros

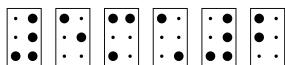
1 km²



Un kilómetro cuadrado

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

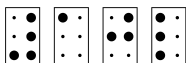
5 m²



Cinco metros cuadrados

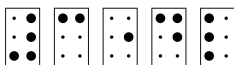
Obsérvese en estos dos últimos casos el uso del signo de exponente (v. 2.2. *Subíndices y superíndices*).

10 l



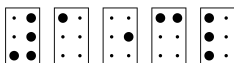
Diez litros

3 dl



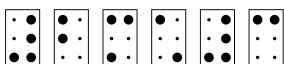
Tres decilitros

1 cl



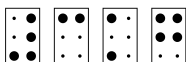
Un centilitro

2 m³



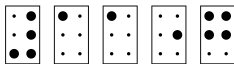
Dos metros cúbicos

3 kg



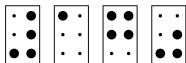
Tres kilogramos

11 g



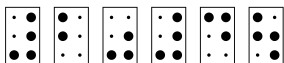
Once gramos

17°



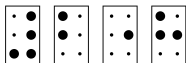
Diecisiete grados (angulares o de temperatura)

2° 4'



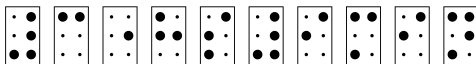
Dos grados, cuatro minutos (angulares)

2 h



Dos horas

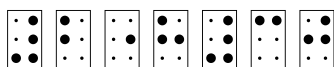
3 hs 9 min



Tres horas nueve minutos

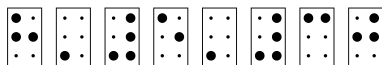
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

2 h 30



Dos horas treinta

h. 5.30



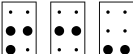





Hora cinco treinta

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

4. Operaciones aritméticas básicas y relaciones numéricas elementales

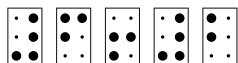
4.1. Signos de operaciones aritméticas elementales

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	235	+	signo de suma positivo
	36	-	signo de resta negativo
	235-25-36	±	más o menos
	236	x	aspas de multiplicación
	3	.	punto de multiplicación
	256	$\frac{\quad}{\quad}$	división

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

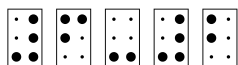
Ejemplos:

$6+2$



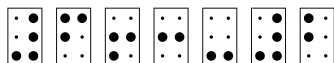
seis más dos

$6-2$



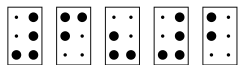
seis menos dos

6 ± 2



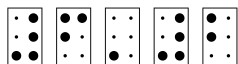
seis más o menos dos

6×2



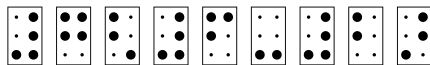
seis por dos

6.2



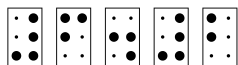
seis por dos

$7(6-2)$



siete por «seis menos dos»

$6:2$



seis dividido por dos

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

4.2. Relaciones numéricas elementales

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	2356	=	igual a
	4-2356	≈	aproximadamente igual a
	2356-2356	≡	es congruente con es idéntico a
	56-23	∴	como
	246	<	menor que
	246-246	≪	muy inferior a mucho menor que
	246-2356	≤	menor o igual que
	135	>	mayor que
	135-135	≫	muy superior a mucho mayor que

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplos:

$$\frac{6}{3} \gg \frac{8}{4}$$

Seis dividido por tres es como ocho dividido por cuatro¹⁸

$$-2 < 1$$

Menos dos es menor que uno

$$0,1 \gg 0,001$$

Una décima es mucho mayor que una milésima

4.3. Relaciones negativas

Se antepone el elemento (45) al signo que denota la relación cuya validez se niega.

¹⁸ Como se puede observar en este ejemplo, en las «proporciones» es conveniente no utilizar el sistema reducido de representación de fracciones.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Los signos más comunes de relaciones negativas son:

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	45-2356	\neq	no es igual a
	45-135	\nlessgtr	no es mayor que
	45-246	\nlessgtr	no es menor que

Ejemplo:

-3 \nlessgtr -2

Menos tres no es mayor que menos dos

4.4. Otras representaciones aritméticas

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	456-356	%	tanto por ciento
	456-356-356	‰	tanto por mil
	4	•	múltiplo de ¹⁹

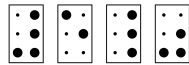
¹⁹ En braille, el signo se escribe antes del número o letra correspondiente, mientras que en caracteres visuales, se escribe sobre el número o letra correspondiente. Es el mismo caso que el ya visto de la letra punteada.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	456-0d		divisor de
	456-256	α	divisor primo
	46-36	$-:$	valor absoluto de la diferencia

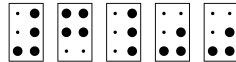
Ejemplos:

5%



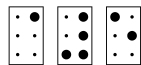
5 por ciento

7‰



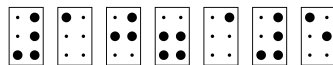
7 por mil

5̇



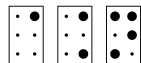
Múltiplo de 5

10 = 5̇



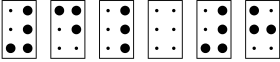
10 es múltiplo de 5

Ṅ

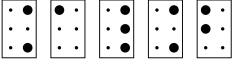


Múltiplo de n

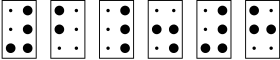
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$4|8$


4 divide a 8

$A|B$


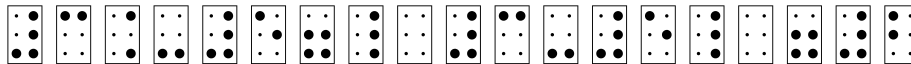
A divide a B²⁰

$2 \propto 8$


2 es divisor primo de 8

$3 -: 5 = |3 - 5| = 2$

valor absoluto de la diferencia de 3 menos 5





²⁰ Obsérvese en este ejemplo que en braille no es necesario dejar el espacio en blanco antes de B, ya que el signo de mayúscula braille crea un semicajetín libre a la derecha del signo matemático, al no utilizar ninguno de los puntos de la fila izquierda de su cajetín (puntos 1, 2 y 3).

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

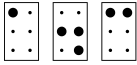
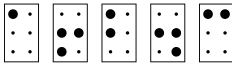
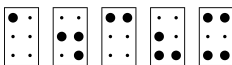
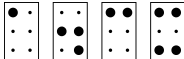
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

5. Fracciones, potencias y raíces

5.1. Fracciones generales²¹

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	256		raya de fracción

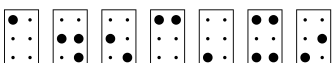
Ejemplos:

$\frac{a}{c}$		fracción de numerador «a» y denominador «c»
$a + \frac{b}{c}$		«a» más la fracción de «b» sobre «c»
$\frac{a}{c} \times$	 o	fracción del numerador «a» y denominador «c» multiplicada por «x»
		

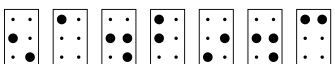
²¹ Para fracciones numéricas ver 3.2.2, donde se encuentra la forma correcta de escribir números fraccionarios.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

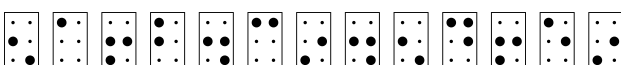
En los siguientes ejemplos es necesario utilizar los paréntesis auxiliares (v. 1.3) para determinar el denominador.

$$\frac{a}{c \cdot x}$$


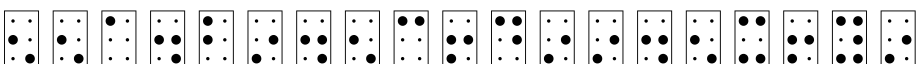
fracción de numerador «a» y denominador «c» por «x»

$$\frac{a+b}{c}$$


fracción de numerador «a más b» y denominador «c»

$$\frac{a + \frac{b}{c}}{d + e}$$


fracción cuyo numerador es «a más la fracción de b sobre c» y cuyo denominador es «d más e»

$$\frac{\frac{a+b}{c+d}}{x+y}$$


fracción cuyo numerador es «a+b sobre c+d» y cuyo denominador es «x+y»

5.2. Potencias

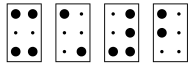
Dado que, desde el punto de vista gráfico, el exponente de una potencia es un superíndice, se escribirá a continuación de la base

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

precedido por el indicador braille correspondiente (puntos 16) —v. 2.2.

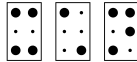
Ejemplos:

X^2



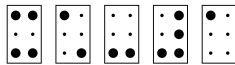
x al cuadrado

X^n



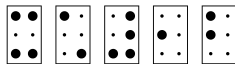
x elevado a la n

X^{-1}



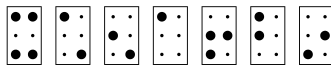
x elevado a -1

$X^{1/2}$



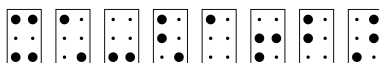
x elevado a 1/2

X^{a+b}



X elevado a a+b

$X^{-(a+b)}$



X elevado a -(a+b)

5.3. Raíces

Signo braille

Puntos braille

Signo tinta

Significado

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	1246...156 ²²	$\sqrt{\quad}$	signo de raíz
	1246-156	$\sqrt{\quad}$	raíz cuadrada

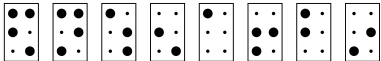
El índice de raíz se coloca entre los dos elementos braille que componen el signo, y a continuación de este se escribe el radicando. En el caso de la raíz cuadrada se omite el índice por analogía con la escritura en tinta, y se suprime el espacio entre los dos elementos braille del signo de raíz.

Ejemplos:

\sqrt{x}		Raíz cuadrada de «x»
$\sqrt[3]{x}$		Raíz cuadrada de «x al cubo»
$\sqrt[4]{8}$		Raíz cuadrada de «cuatro octavos»
$\sqrt[3]{x}$		Raíz cúbica de «x»

²² El elemento 156 es utilizado también en la escritura braille de símbolos matemáticos tales como Unión (\cup), Intersección (\cap), Complementario de un conjunto (\complement), Límite (lim.), Integral (\int), Sumatorio (\sum), Productorio (\prod) o Logaritmo (log.), con el fin de delimitar la información que los acompaña en superescrito, suscrito, subíndice o superíndice.

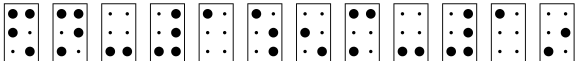
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$\sqrt[n]{a + b}$$


Raíz enésima de «a más b»

$$\sqrt[n]{a} + b$$

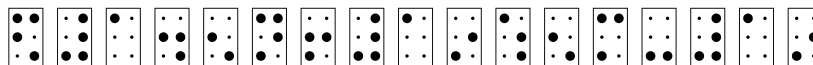

Raíz enésima de «a», más «b»

$$\sqrt[n-1]{m-1}$$


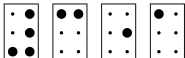
Raíz de índice «n-1» de «m-1»

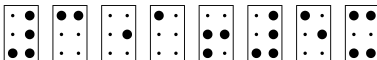
$$\frac{1}{n+1} \sqrt[n+1]{m-1}$$

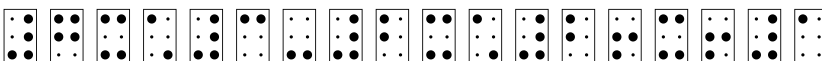
Raíz de índice «1 dividido por n+1» de «m-1»

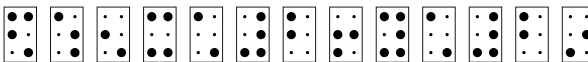


5.4. Ejemplos de transcripción de expresiones algebraicas

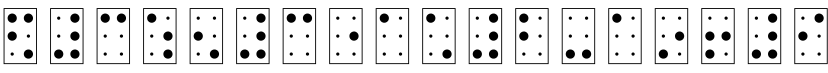
$$3a$$


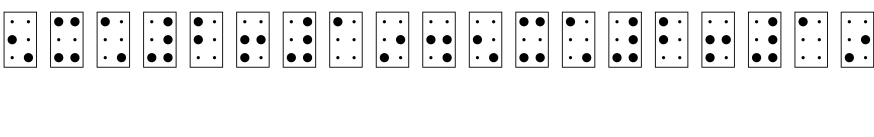
$$3a+5x$$


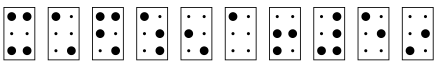
$$7x^3-2x^2+x+1$$


$$\sqrt{x^2 + y^2}$$


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$\sqrt[3]{3a^2 - a} + 9$$


$$\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$


$$x^{\sqrt{a+5}}$$


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

6. Teoría de conjuntos y lógica

6.1. Representaciones elementales

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	5-123...456-2	{ }	llaves de conjunto
	6-2	/ :	tal que
	2356	=	igual a ²³
	2356-2356	≡	es idéntico a
	456-245	∅	conjunto vacío
	456-136	U	conjunto o clase «universal»
	456-345	∪	unión
	123456-345	∪	unión (cuando es de mayor tamaño)
	456-156	∩	intersección

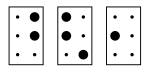
²³ Se incluyen este signo y el siguiente, que ya han sido incluidos en otras secciones, por ser de uso habitual en Teoría de conjuntos.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

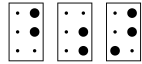
	123456-156	\cap	intersección (cuando es de mayor tamaño)
	126-2	\in	es un elemento de, pertenece a
	5-345	\supset	contiene como elemento a
	126-3	\subset	incluido estrictamente en
	6-345	\supset	incluye estrictamente
	126-23	\subseteq	incluido en (sentido amplio)
	56-345	\supseteq	contiene a (sentido amplio)
	5-3	\setminus	diferencia de conjuntos
	56-256	Δ	diferencia simétrica o suma booleana
	46-236	\times	producto cartesiano

Las relaciones negativas se escriben anteponiendo el signo 45.

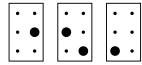
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA



45-126-2



45-56-345



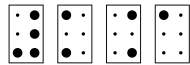
5-26-3



6-2



3456-13



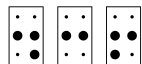
3456-13-46-1



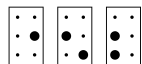
3456-1256



6-1256



256-25-235



5-26-23

∉

no pertenece a

⊄

no incluye a

≈

equivale a

/

barra oblicua de conjunto
cociente

#

cardinal de

#A

cardinal de a

∞

infinito

ℵ

alef «cardinales
transfinitos» (1.^a letra del
alfabeto hebreo)

↔

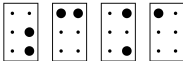
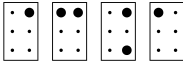
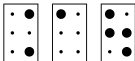
coordinable con

≈

coordinable con (v. 7.6)

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

En caracteres visuales se utilizan varias representaciones para indicar «Complementario de un conjunto». En braille se respetará aquella que figure en el original. Las alternativas posibles para representar «Complementario de A» son:

	56-14-46-1	C_A	complementario de A
	4-14-46-1	\bar{A}	complementario de A ²⁴
	46-1-1256	A'	complementario de A

Cuando es preciso añadir una condición al signo de «Complementario de un conjunto», en caracteres visuales se utiliza el primero de los citados anteriormente con la condición en subíndice a la derecha. En braille, esta se escribirá entre el signo 56-14 y el elemento 156, tal y como figura en el primero de los ejemplos que viene a continuación.

	C_{MN}	Complementario de N en M
--	----------	--------------------------

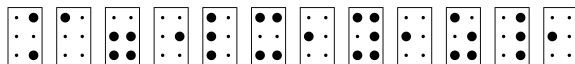
²⁴ Para la forma de representación de «superrayada» y «prima», alternativa siguiente, véanse las secciones 2.3.2 y 2.3.1, respectivamente.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplos:

$$A = \{x, y, z\}$$

A es igual al conjunto cuyos elementos son x, y, z.

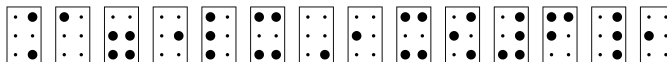


$$A = \{x/x < 6\}$$

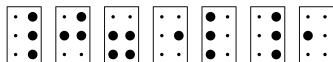
Conjunto A igual a aquellos x tales que x son menores que 6

$$A = \{x|x < 6\}$$

$$A = \{x:x < 6\}$$

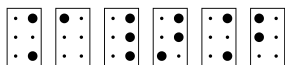


$$\emptyset = \{\}$$



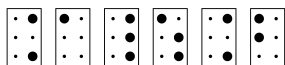
Conjunto vacío

$$A \cup B$$



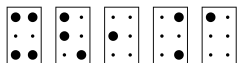
A unión B

$$A \cap B$$



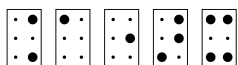
A intersección B

$$x \in A$$



x pertenece a A

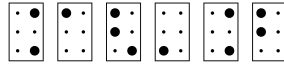
$$A \ni x$$



A contiene como elemento a x

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

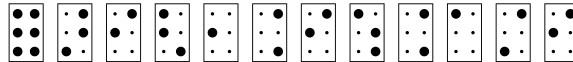
$A \subset B$



A incluido estrictamente en B

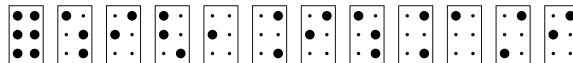
$\bigcup_{i \in I} A_i$

Unión para i perteneciente a I de los conjuntos A_i ²⁵

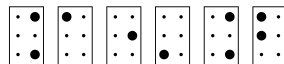


$\bigcap_{i \in I} A_i$

intersección para i perteneciente a I de los conjuntos A_i

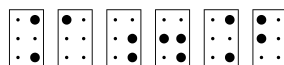


$A \setminus B$



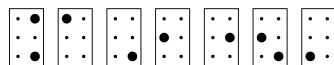
A menos B

$A \Delta B$



Diferencia simétrica o suma booleana

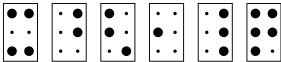
A / \sim



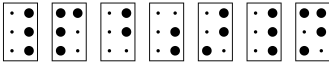
Conjunto cociente definido por la relación \sim

²⁵ En estos dos ejemplos se puede observar la utilización del elemento 156. Entre el signo de Unión (\bigcup) y el elemento 156 se escribe, en suscrito, la información que le afecta.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA




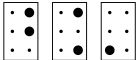
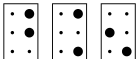

$x \notin \mathbb{Q}$ 

x no pertenece al conjunto de los números racionales





$\mathbb{P} \supseteq \mathbb{N}$ 

El conjunto de los números primos no incluye al conjunto de los números naturales

6.2. Lógica

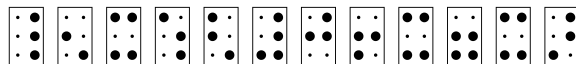
Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	46-3	\forall	cuantificador universal: «para todo»
	46-26	\exists	cuantificador existencial: «existe por lo menos un elemento»
	46-23	$\exists!$	cuantificador unitario: «existe un único elemento»
	45-46-3	\nexists	«no para todo»
	45-46-26	\nexists	«no existe»
	456-234	Υ	proposición verdadera (suele usarse también la letra «v»)




SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	456-126	\neg	proposición falsa (suele usarse también la letra «f»)
	456-25	\top	tautología: proposición universalmente válida
	56-2	\wedge	conjunción: «y»
	456-26	\bigwedge	conjunción (signo de mayor tamaño)

Si en caracteres visuales este signo se encuentra sobre una letra, en braille se transcribirá antes de la letra.

\wedge
 $x(0 + x = x)$ todos los x verifican que $0+x=x$



	56-3	\vee	disyunción «o»
	456-24	\bigvee	disyunción cuando es signo de mayor tamaño
	6-3	???	negación lógica: «no»

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	25-135	\Rightarrow	implica: «si... entonces»
	246-25	\Leftarrow	«es implicado por»
	246-25-135	\Leftrightarrow	doble implicación «sí y solo sí»

6.3. Otras notaciones

Conjuntos

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	5-246	\prec	anterior a
	56-246	\preceq	anterior o simultáneo a
	135-2	\succ	posterior a
	135-23	\succeq	posterior o simultáneo a

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	2356-23	\equiv	relación directa
	56-2356	\equiv	relación inversa
	56-2356-23	\equiv	relación recíproca

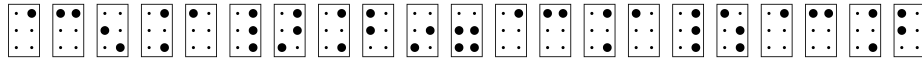
Lógica

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	56-356	∇	disyunción excluyente
	0-6-16-0	\therefore	«por lo tanto» (precedido y seguido de cajetín en blanco)
	0-4-34-0	\because	«puesto que» (precedido y seguido de cajetín en blanco)
	0-23456-23-0	\triangleq	«según», «de acuerdo con» (precedido y seguido de espacio en blanco)

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

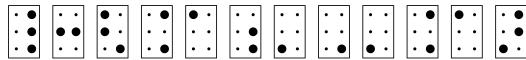
6.4. Ejemplos

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$



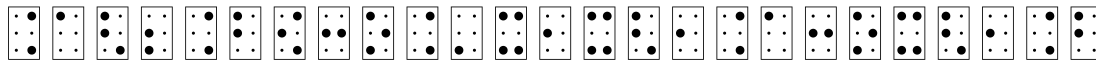
El complemento de $A \cup B$ es igual a la intersección del complemento de A y el complemento de B .

$$\vdash (A \vee \neg A)$$



Tautología: A o no A .

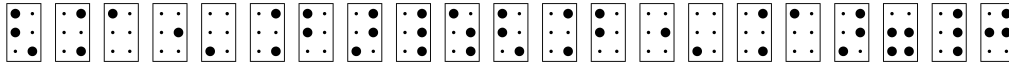
$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x, x \in A \Rightarrow x \in B$$



A incluido en B si y solo si para todo x , $x \in A$ implica x pertenece a B .

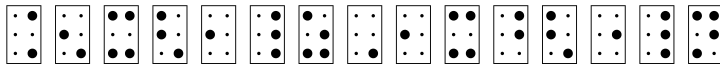
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$(A \setminus B) \cap (B \setminus A) = \emptyset$$



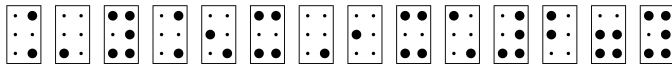
La intersección de $A \setminus B$ con $B \setminus A$ es igual al conjunto vacío.

$$\exists x \in \mathbb{Z} / x \notin \mathbb{N}$$



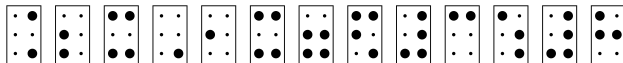
Existe x perteneciente al conjunto de los números enteros tal que x no pertenece al conjunto de los números naturales.

$$\forall y \exists x : x^2 = y$$



Para todo y existe x , tal que x al cuadrado es igual a y .

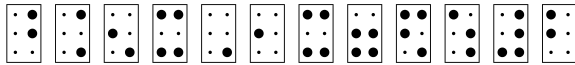
$$\exists ! x | x = \sqrt[3]{8}$$



Existe un único x tal que x es igual a la raíz cúbica de 8.

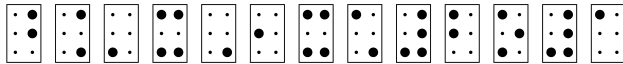
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$\nexists x/x=\sqrt{2}$$



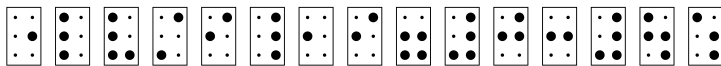
No existe x tal que x igual a la raíz cuadrada de dos.

$$\nexists x:x^2>1$$



No para todo x, x al cuadrado es mayor que uno.

$$\left\{V_i\right\}_{i=0}^{\infty}$$



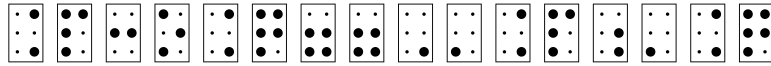
Conjunto de variable v_i desde i igual a cero hasta infinito.²⁶

²⁶ Como se puede ver en caracteres visuales, en este ejemplo el signo de cierre de llave tiene a su derecha un subíndice ($i=0$) y un superíndice (el signo de infinito, que es ∞). En braille se escribe siguiendo este orden:

- signo de cierre de llave,
- subíndice que afecta al cierre de llave,
- carácter braille 25,
- superíndice que afecta al cierre de llave,
- carácter braille 156.

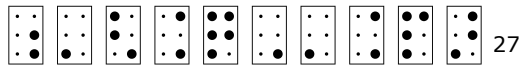
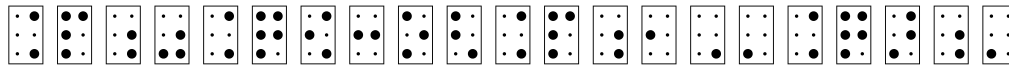
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$$



P implica Q es idéntico a negación de P disyunción Q.

$$P \nabla Q \Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)$$



P disyunción excluyente Q implica P conjunción no Q disyunción Q conjunción no P.

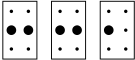
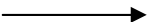
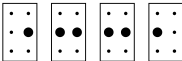

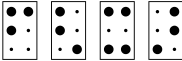
²⁷ Véase cómo en este ejemplo es preciso repetir el signo de «disyunción» en el renglón siguiente.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

7. Aplicaciones (funciones)





7.1. Notaciones elementales

Esta sección recoge ejemplos del modo en que se escriben las notaciones elementales de funciones. En ellos se utilizan los signos de la escritura básica además de algunos signos específicos para la representación de funciones que se relacionan a continuación.

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	25-25-2		flecha a la derecha (se utiliza para correspondencia o aplicación entre conjuntos o elementos)
	5-25-25-2		flecha a izquierda y derecha (se utiliza para aplicación biyectiva)
	124-126-1346-345	$f(x)$	función f de x^{28}

²⁸ En caracteres visuales el signo oficial de función es f (letra «f» con gancho). En muchas ocasiones, por simplicidad, se utiliza la letra «f». En braille, siempre se escribirá con el carácter 124 que representa la letra «f», y nunca utilizando el prefijo de tipografía especial (v. 1.1. *Prefijos alfabéticos*), aunque en caracteres visuales figure el signo « f ».

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	124-346	f^{-1}	forma abreviada de representar f^{-1} ²⁹
	2356-2356	\equiv	idéntico a
	6-23	\circ	composición de funciones
	46	$:$	dos puntos (cuando se emplea en funciones)

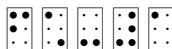
Escritura de pares ordenados

En caracteres visuales los pares ordenados se escriben entre paréntesis, correspondiendo el primer dato al valor de las abscisas (x) y el segundo al de las ordenadas (y). La escritura correcta exige que entre ambos datos haya una coma.

(x,y)

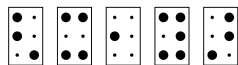
En braille no se dejará espacio entre la coma y el valor de las ordenadas (y).

²⁹ Esta forma de representación abreviada es muy útil cuando se manejan funciones. La otra forma de escritura, también posible y permitida, es:



Como se puede observar, la forma abreviada supone un ahorro de tres cajetines braille.

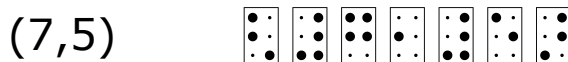
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA



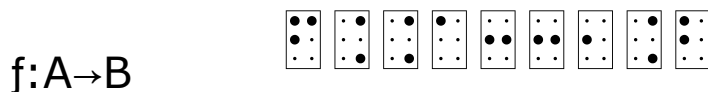
Si en el original hubiera un espacio en blanco entre la coma y el valor de la ordenada (y), en braille no es necesario dejar ese espacio.



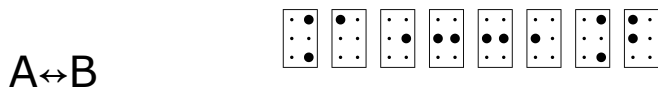
Si ambos valores fueran numéricos, será preciso escribir el signo de número antes de cada uno de ellos, con el fin de evitar la posible confusión con un número decimal.



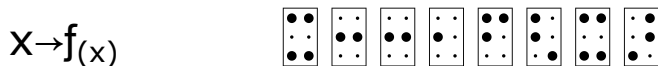
Ejemplos:



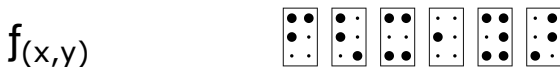
Aplicación f de A en B .
Nótese que para escribir los dos puntos se utiliza el signo 46



Aplicación biyectiva de A en B



El elemento « x » se aplica en el elemento « $f(x)$ »

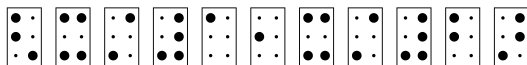


Función « f » de « x » en

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

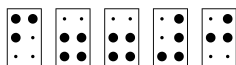
«y»

(X_1, X_2)



Par ordenado x_1, x_2

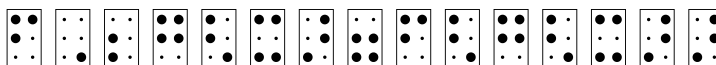
$f \equiv 0$



f es idéntico a cero

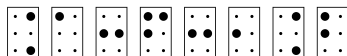
$f \circ g(x) = f(g(x))$

Aplicación compuesta de g con f aplicada a x es igual a f de g de x

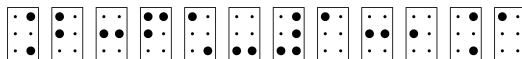


Cuando la flecha de función está afectada por un índice, este se escribe en braille entre los dos elementos 25 que contiene la flecha:

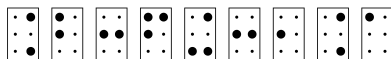
$A \xrightarrow{f} B$



Aplicación f de A en B



$B \xrightarrow{f^{-1}} A$



Aplicación inversa f de B en A (f a la -1 de B en A)

Forma abreviada de la representación anterior

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Intervalos

Se utilizan los signos de paréntesis comunes o de corchetes al igual que en caracteres visuales.

$[a,b]$		Intervalo cerrado de extremos a,b
$]a,b[$		Intervalo abierto de extremos a,b
(a,b)		Intervalo abierto de extremos a,b
$[a,b[$		Intervalo cerrado por la izquierda y abierto por la derecha
$[a,b)$		Intervalo cerrado por la izquierda y abierto por la derecha
$]a,b]$		Intervalo abierto por la izquierda y cerrado por la derecha
$(a,b]$		Intervalo abierto por la izquierda y cerrado por la derecha

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

7.2. Límites

El signo de «límite» en braille siempre se escribe con el punto de abreviatura aunque no figure en el original en caracteres visuales.

Signo braille Puntos braille Signo tinta Significado

	123-24-134-3	lim lim.	límite
--	--------------	-------------	--------

Ejemplos:

$\overline{\lim}$ límite superior

$\underline{\lim}$ límite inferior

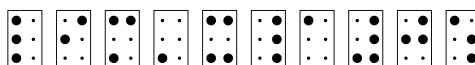
Si el signo «lim.» tiene en caracteres visuales información suscrita, en braille esta se escribirá entre el signo de «límite» y el carácter 156.

$X \rightarrow C$ x tiende a c

$\lim_{x \rightarrow c}$ límite cuando x tiende a c

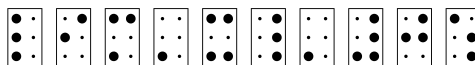
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$\lim_{x \uparrow 0}$



límite cuando x tiende
creciendo a 0^{30}

$\lim_{x \downarrow 0}$



límite cuando x tiene
decreciendo a 0

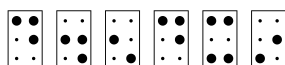
7.3. Derivadas

Signo braille Puntos braille Signo tinta Significado

	145	d	«d» utilizada en derivadas
	456-145	∂	símbolo utilizado en derivadas parciales

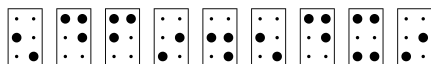
Ejemplos:

$\frac{d}{dx}$



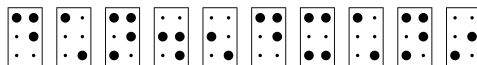
derivada respecto de «x»

$\frac{df}{dx}$



derivada de «f» respecto de
«x»

$\frac{d^n}{dx^n}$



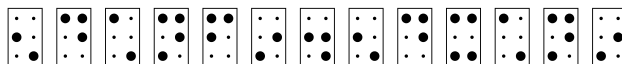
enésima derivada respecto de
«x»

³⁰ Los signos de «flecha arriba» y «flecha abajo» se encuentran en el Apéndice I.

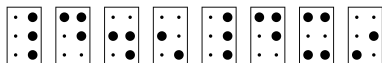
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$\frac{d^n f}{dx^n}$$

Derivada enésima de «f» respecto de «x» n veces

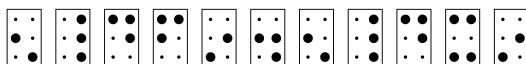


$$\frac{\partial}{\partial x}$$



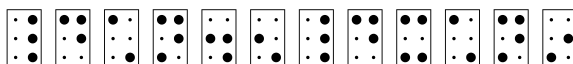
derivada parcial respecto de «x»

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$



derivada parcial de «f»

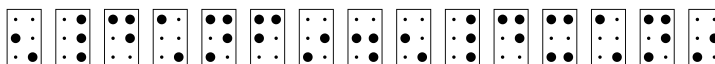
$$\frac{\partial^n}{\partial x^n}$$



enésima derivada parcial respecto de «x»

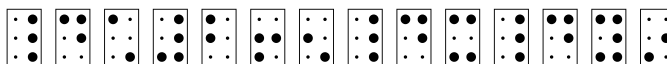
$$\frac{\partial^n f}{\partial x^n}$$

derivada parcial en enésima de «f» respecto de «x» n veces



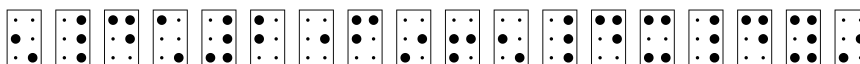
$$\frac{\partial^2}{\partial x \partial y}$$

derivada parcial segunda respecto de «x» y de «y»



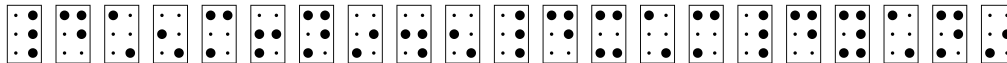
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$$

derivada parcial segunda de «f» respecto de «x» y de «y»

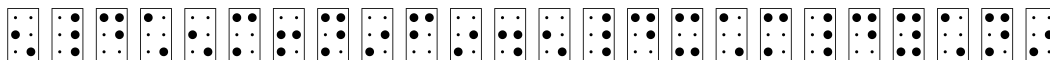


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$\frac{\partial^{m+n}}{\partial x^m \partial y^n}$ derivada parcial de orden «m+n», respecto de «x» m veces y respecto de «y» n veces



$\frac{\partial^{m+n} f}{\partial x^m \partial y^n}$ derivada parcial de orden «m+n» de «f», respecto de «x» m veces y respecto de «y» n veces



Nota

Existen otras notaciones muy usuales para las funciones derivadas, las cuales no se transcriben por ajustarse a las normas generales.

Operadores nabla y laplaciano

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	4-12456	∇	operador nabla
	456-236	Δ	operador laplaciano

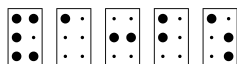
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

7.4. Integrales

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	12346-156	\int	integral indefinida
	12346-12346-156	\iint	integral doble
	12346-12346-12346-156	\iiint	integral triple
	12346-356-156	\oint	integral curvilínea
	5-23	$*$	producto de convolución

La representación en caracteres visuales de «integral definida» se caracteriza porque el signo de integral está acompañado por un subíndice y un superíndice, ambos a la derecha del signo. Esta información se escribirá en braille entre los dos caracteres que forman el signo de integral, escribiendo en primer lugar el subíndice y a continuación el superíndice, separados ambos por el carácter braille 25.³¹

$$\int_a^b$$

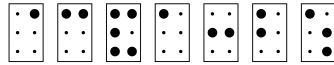


Integral definida
entre a y b

³¹ Este mismo recurso se utiliza para la escritura de Σ (sumatorio) y Π (productorio), que se encuentran en 7.5.1.

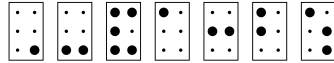
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$\int_a^b$$



Integral superior
definida entre a y b

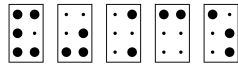
$$\int_a^b$$



Integral inferior
definida entre a y b

Cuando la «Integral curvilínea» tiene la curva definida, esta información también se escribirá dentro del signo braille correspondiente.

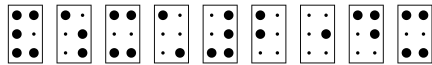
$$\int_C$$



Integral curvilínea a
lo largo de la curva C

Ejemplos:

$$\int x^2 dx$$



SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

7.5. Notaciones sobre funciones determinadas

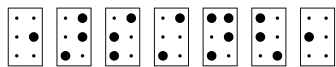
7.5.1. Sucesiones, progresiones y matrices

Signo braille **Puntos braille** **Signo tinta** **Significado**

	46-25	÷	progresión aritmética
	46-25-13	≐	progresión geométrica
	45-3	!	factorial
	46-126...345	()	paréntesis de coeficiente binómico (paréntesis más grande que el normal)
	45-234	∑	sumatorio
	45-1234	∏	productorio

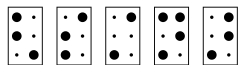
Ejemplos:

$\{S_n\}$



Sucesión de término general s_n

(S_n)

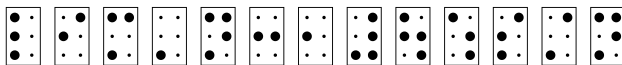


Sucesión de término general s_n

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

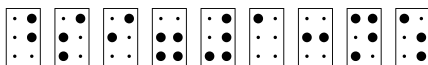
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

Límite de s_n cuando n tiende a infinito



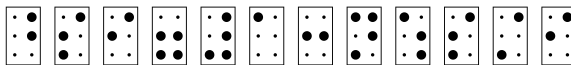
$$\sum_{i=1}^n$$

Suma desde i igual a 1 hasta n ³²



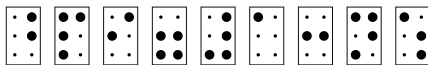
$$\sum_{i=1}^n S_i$$

Suma desde i igual 1 hasta n , de los s_i



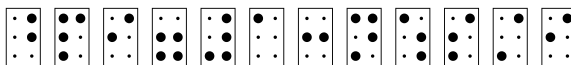
$$\prod_{i=1}^n$$

Producto desde i igual a 1 hasta n



$$\prod_{i=1}^n s_i$$

Producto desde $i=1$ hasta n , de los s_i

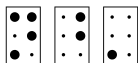


³² El texto que figure en suscrito y/o superescrito, que afecte tanto al signo de sumatorio como al de productorio, se escribe a continuación del signo correspondiente siguiendo esta estructura:

- texto en suscrito,
- carácter braille 25,
- texto en superescrito,
- carácter braille 156.

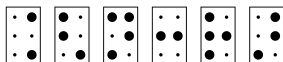
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$n!$



Factorial de n

$\binom{n}{r}$



Coefficiente binómico «n sobre r»

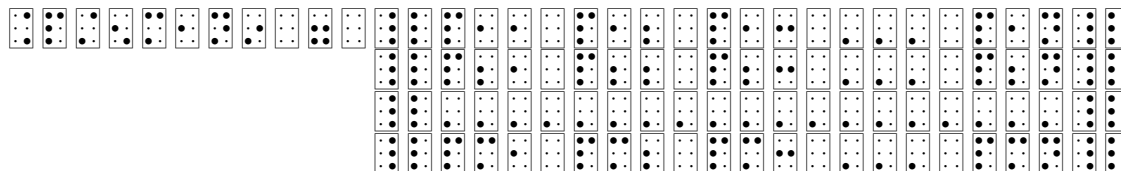
Matrices y determinantes

Las matrices y los determinantes se transcribirán respetando la posición que tienen los elementos en la escritura visual.

$$P_{m,n} = \begin{vmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & p_{1,3} & \dots & p_{1,n} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & p_{2,3} & \dots & p_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m,1} & p_{m,2} & p_{m,3} & \dots & p_{m,n} \end{vmatrix}$$

Se transcribirán utilizando la notación general. Sin embargo, por razones de espacio, se podrá utilizar la notación abreviada, consistente en no utilizar el signo de número y escribir estos en posición baja (v. 2.6).







En el siguiente ejemplo se ha utilizado la notación abreviada.



SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

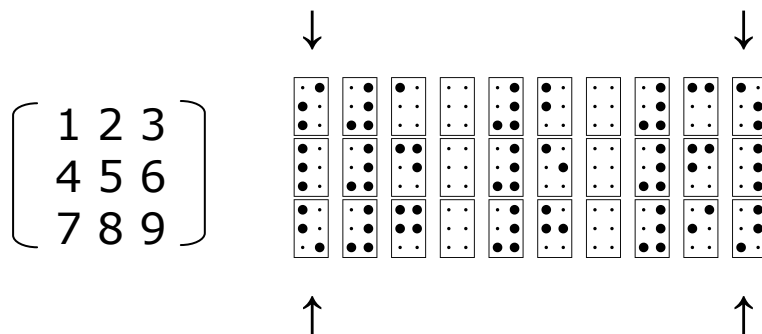
Nota

En ocasiones, las matrices están enmarcadas por paréntesis angulares de mayor tamaño que abarcan en su amplitud toda la matriz. En esos casos es conveniente utilizar los siguientes signos para diseñar los paréntesis en braille:

Signo braille	Puntos braille	Significado
	234	Esquina superior del signo de abrir paréntesis (solo para 1.ª línea braille)
	123	borde lateral del signo de abrir paréntesis (todas las líneas entre la 1.ª y la última)
	126	Esquina inferior del signo de abrir paréntesis (solo para la última línea braille)
	156	Esquina superior del signo de cerrar paréntesis (solo para la 1.ª línea braille)
	456	borde lateral del signo de cerrar paréntesis (todas las líneas entre la 1.ª y la última)
	345	esquina inferior del signo de cerrar paréntesis (solo para la última línea braille)

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplo:³³



7.5.2. Funciones logarítmicas

Al igual que ocurre con los «límites» (7.2), en la escritura de las funciones logarítmicas se utilizará el punto abreviativo (punto 3) aparezca o no así en el original, y no se utilizará el signo de mayúscula. A continuación del punto 3, sin espacio en blanco, se escribirá la expresión afectada por el logaritmo.

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	123-135-1245-3-1346	Log x log x	logaritmo

³³ Como se puede observar, en este ejemplo no se utiliza la forma abreviada de representación de matrices.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	1-1345-2345-24-123-135-1245-3-1346	Antilog x antilog x	antilogaritmo
	1-123-135-1245-3-1346	Alog x alog x	antilogaritmo
	14-135-123-135-1245-3-1346	Colog colog	cologaritmo
	123-1345-3-1346	Ln x	logaritmo natural o neperiano de x
	1-123-1345-3	Aln aln	antilogaritmo neperiano

Cuando el logaritmo neperiano se escribe solo con «L», en braille se escribirá con el signo de mayúscula y sin el punto 3 de abreviatura:

	46-123-1346	L X	logaritmo natural o neperiano de X
--	-------------	-----	------------------------------------

Cuando aparezca indicada la base se utilizará el elemento 156.

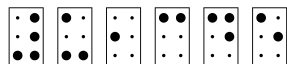
$\text{Log}_b x$ logaritmo en base b de x

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Características negativas de los logaritmos decimales

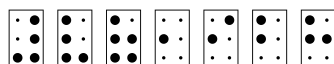
Se utilizará la tercera serie³⁴ del alfabeto braille anteponiéndole el signo numérico.³⁵

$\bar{1},345$



Log decimal de característica -1 y
mantisa 345

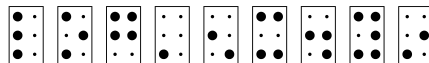
$\bar{28},928$



Log decimal de característica -28
y mantisa 982

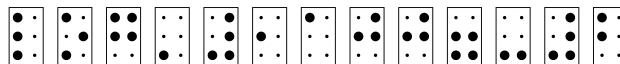
Ejemplos:

$\text{Log } \frac{x}{y}$



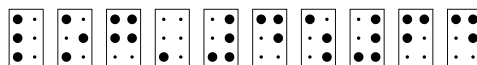
Logaritmo de
 x/y

$\text{Log } \frac{1}{100} = -2$



Logaritmo de
una centésima
es igual a -2

$\text{Log}_4 64$



Logaritmo en
base cuatro de
64

³⁴ La tercera serie se forma con los signos de la primera serie (10 primeras letras) añadiendo los puntos 3 y 6.

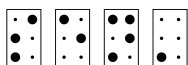
³⁵ Esta distinción, incorporando a la correspondiente cifra los puntos 3 y 6, se utiliza en ocasiones para indicar una tipografía o color diferentes respecto al resto de cifras. De tal circunstancia se ha de dar información al lector.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

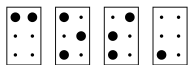
7.5.3. Funciones trigonométricas y sus inversas

Se respetará la representación que figure en el original, utilizando siempre el punto 3 a continuación de la abreviatura de función trigonométrica correspondiente.

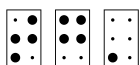
El CMU recoge los siguientes signos para funciones trigonométricas y sus inversas.



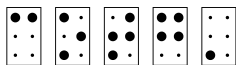
Seno



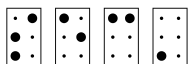
Coseno



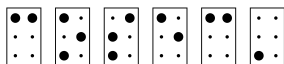
Tangente



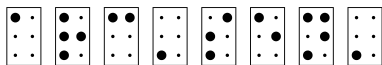
Cotangente



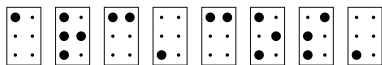
Secante



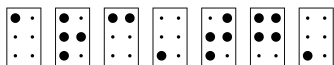
Cosecante



Arco seno

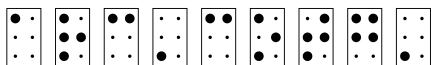


Arco coseno

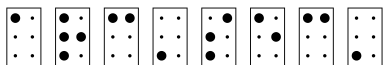


Arco tangente

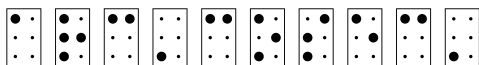
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA



Arco contangente

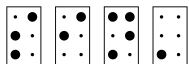


Arco secante



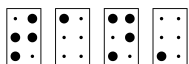
Arco cosecante

No obstante, existen otras abreviaturas, cada vez más utilizadas por ser habituales en calculadoras científicas, programas de edición, hojas de cálculo, etc., que se respetarán si así aparecen en el original. Es el caso, entre otras de:



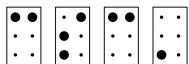
sin

seno



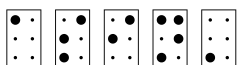
tan

tangente



csc

cosecante

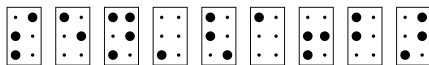


asin

arco seno

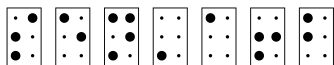
Ejemplo:

sen(a+b)



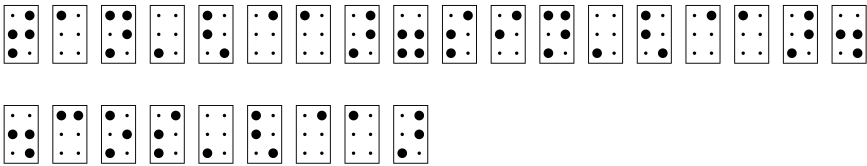
Seno de (a+b)

Sen a+b



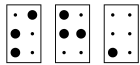
Seno de a+b

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

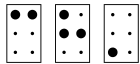
$$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$


Tangente de alfa es igual a seno de alfa dividido por coseno de alfa

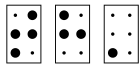
7.5.4. Funciones hiperbólicas y sus inversas



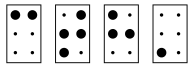
Seno hiperbólico



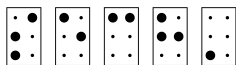
Coseno hiperbólico



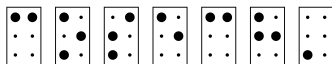
Tangente hiperbólica



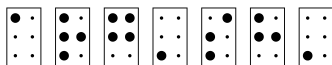
Cotangente hiperbólica



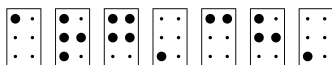
Secante hiperbólica



Cosecante hiperbólica

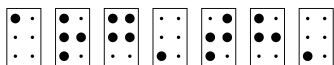


Argumento del seno hiperbólico

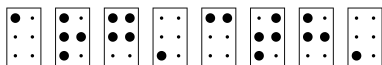


Argumento del coseno hiperbólico

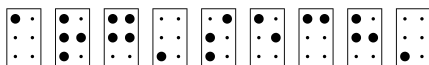
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA



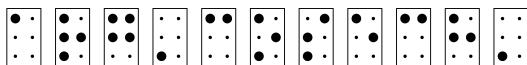
Argumento de la tangente hiperbólica



Argumento de la cotangente hiperbólica



Argumento de la secante hiperbólica



Argumento de la cosecante hiperbólica

Al igual que para las funciones trigonométricas y sus inversas, se respetará la representación que figure en el original, utilizando siempre el punto 3 a continuación de la abreviatura de función hiperbólica correspondiente.

7.6. Símbolos usuales con significados diversos

En distintas áreas de la matemática se utilizan ciertos símbolos para representar algunas relaciones. Cada uno de estos símbolos puede, según los autores, tener significados diversos. Asimismo, una relación determinada puede ser representada de distintas formas.

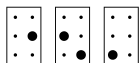
La lista siguiente incluye símbolos comúnmente utilizados para representar relaciones tales como: «equivalente a», «coordinable con», «aproximadamente igual a», «isomorfo a», «homeomorfo a», «congruente con» (en Geometría), «asintóticamente igual a», etc.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

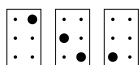
Signo braille

Puntos Braille

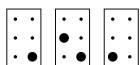
Signo tinta



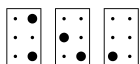
5-26-3



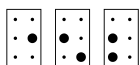
4-26-3



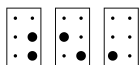
6-26-3



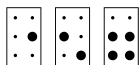
46-26-3



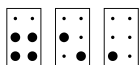
5-26-23



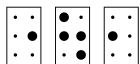
56-26-3



5-26-2356



2356-26-3



5-1256-2



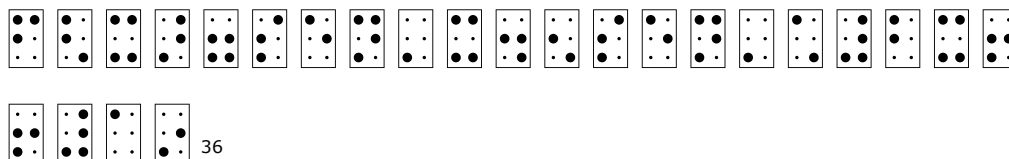
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille	Puntos Braille	Signo tinta
	5-1256-23	
	56-1256-2	

Si fuera preciso dar una correspondencia braille a otros símbolos se utilizarán con preferencia los que se recogen en el Apéndice II, dando cuenta de ello en una *Nota de transcripción braille*.

7.7. Ejemplos ilustrativos

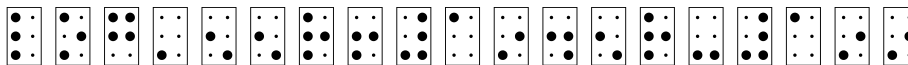
$$f(x) = \frac{\text{sen } x}{\text{sen}^2 x + 1}$$



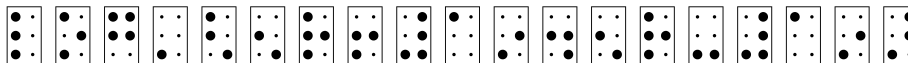
³⁶ Se puede comprobar en este ejemplo cómo se repite el signo del operador aritmético «+» en el renglón siguiente. La misma circunstancia se da en los dos últimos ejemplos.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

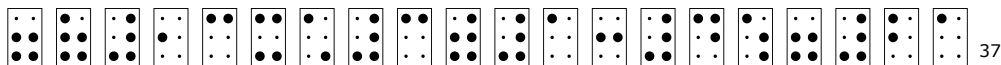
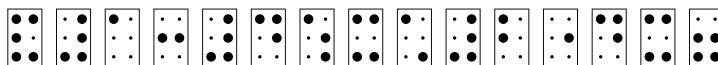
$$\log \frac{r+1}{r-1}$$



$$\log \left(\frac{r+1}{r-1} \right)$$



$$\int_1^4 x^2 dx = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_1^4 = 21$$



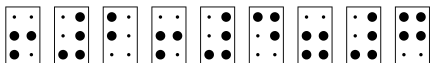
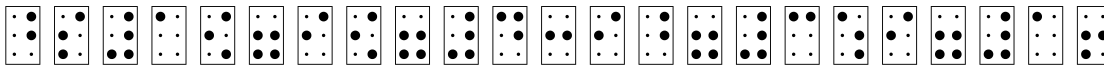
³⁷ En este ejemplo se puede observar que el signo de «cerrar corchete» tiene, en caracteres visuales, un subíndice y un superíndice a su derecha. En braille esta información se escribe a continuación del símbolo afectado (en este caso «cerrar corchete») en el siguiente orden:

- subíndice,
- carácter braille 25,
- superíndice,
- carácter braille 156.

Es el mismo recurso que se utiliza para la escritura de información en superescrito, suscrito, subíndice a la derecha o superíndice a la derecha, cuando afecta a integrales, límites, logaritmos, sumatorios, productorios, etc.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

$$\sum_{\substack{1 \leq i \leq 4 \\ i \neq 3}} i = 1 + 2 + 4 = 7$$



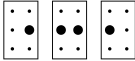











SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

8. Geometría

8.1. Notaciones elementales, vectores y figuras

Vectores y rectas

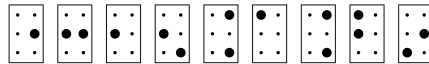
Los siguientes signos se escriben en caracteres visuales sobre el símbolo del vector. En braille, se escribirán antes del símbolo del vector (ver ejemplos).

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	5-25-2		recta
	25-2		vector positivo semirrecta
	5-25		vector opuesto
	6-156		vector axial positivo
	4-345		vector axial negativo
	4-14		segmento

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

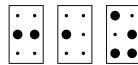
Ejemplos:

\overleftrightarrow{AB}



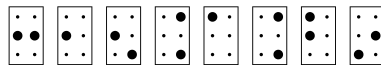
Recta AB

\vec{z}



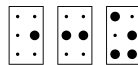
Vector positivo z

\overrightarrow{AB}



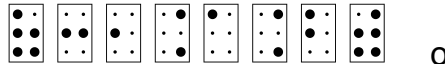
Semirecta de origen A que contiene al punto B

\overleftarrow{z}

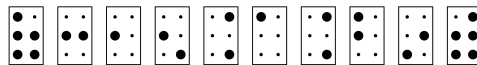


Vector opuesto z

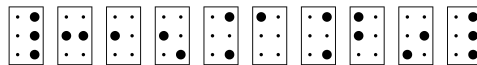
$[\overrightarrow{AB}]$



Vector libre

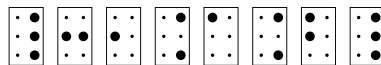


$|\overrightarrow{AB}|$



0

Módulo del vector AB



SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

\rightarrow $\ AB\ $		Norma del vector AB
$\overrightarrow{\alpha}$		Vector axial positivo alfa
$\overleftarrow{\alpha}$		Vector axial opuesto alfa
\overline{AB}		Segmento AB

Arcos y ángulos

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	26-345		arco (cuando está escrito antes del ángulo)
	4-25		arco (cuando está escrito encima del ángulo)
	45-25		ángulo

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA


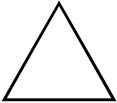

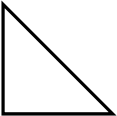

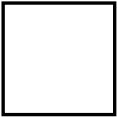



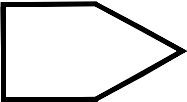

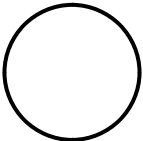


	456-36		ángulo recto
	46-156		ángulo orientado positivo
	46-345		ángulo orientado negativo

Ejemplos:

\widehat{z}		Arco z
\widehat{AB}		Arco AB
$\cup ABC$		Arco correspondiente al ángulo ABC
\widehat{z}		Ángulo z
\widehat{ABC}		Ángulo ABC

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Figuras geométricas

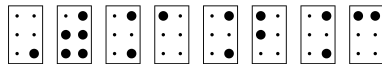
Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	6-23456		triángulo
	456-236		triángulo rectángulo
	456-13456		cuadrado
	12346-13456		rectángulo
	12346-135		polígono
	246-135		círculo
	26-35		curva geométrica

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

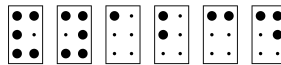
NOTA

Las letras que describen los puntos de las figuras no llevarán paréntesis auxiliares y se escribirán inmediatamente a continuación de la figura, sin dejar cajetín en blanco.

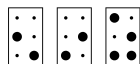
Ejemplos:



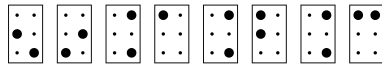
Triángulo de
vértices A, B, C



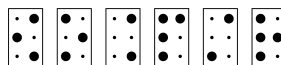
Rectángulo de
vértices a, b, c, d



Curva
geométrica Z



Curva
geométrica ABC



circunferencia de
centro P y radio r

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

8.2. Medidas angulares

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	356		grado sexagesimal
	16-1245		grados centesimales ³⁸
	1256		minuto sexagesimal ³⁹
	16-1256		minuto centesimal
	1256-1256		segundo sexagesimal
	16-1256-1256		segundo centesimal
	1235-1-145-3	rad.	radián ⁴⁰

³⁸ Las medidas angulares en grados centesimales siempre llevan el carácter 16, que se corresponde con el signo de superíndice.

³⁹ Al añadir el carácter 16 a minutos y segundos, como se puede ver más abajo, se distinguen los minutos y segundos centesimales de los respectivos sexagesimales.

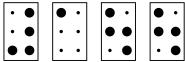
⁴⁰ Siempre debe ir seguido del punto 3, aunque en el original no figure ese punto.

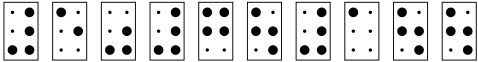
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplos:

5°  Cinco grados sexagesimales
(también se utiliza para grados de temperatura)

7'  Siete minutos sexagesimales

1"  Un segundo sexagesimal



5°7'1"  Cinco grados, siete minutos, un segundo

6^g  Seis grados centesimales

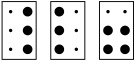

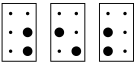
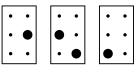




2'  Dos minutos centesimales

9"  Nueve segundos centesimales

8.3. Relaciones y operaciones

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta	Significado
	456-123		es paralelo a

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

	456-123-2356	#	paralelo e igual a
	3456-3	⊥	perpendicular a ortogonal a
	56-26-23	∞	homólogo a semejante a
	5-26-3	≈	equivale a (se utiliza para relacionar figuras de la misma área)
	456-1246	↗	proyectividad
	456-12456	≡	perspectividad
	4-235	+	suma de vectores
	4-36	-	resta de vectores

Siempre que no haya posibilidad de confusión, estos dos últimos signos (suma y resta de vectores) suelen reemplazarse por los signos comunes de suma y resta.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA



4-236



producto vectorial



56-2



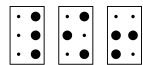
producto vectorial



246-235



suma directa



456-246-235



suma ortogonal



246-236



producto tensorial



3



producto escalar



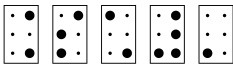
2



producto escalar

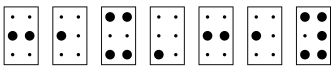
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Ejemplos:

$$S^\perp$$


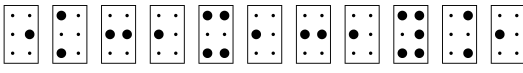
The image shows five Braille boxes arranged horizontally. Each box contains a 3x3 grid of dots. The first box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), and (3,2). The second box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), and (3,1). The third box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), and (3,2). The fourth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), and (3,1). The fifth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), and (3,2).

Complemento
ortogonal de S

$$\vec{x} \cdot \vec{y}$$


The image shows seven Braille boxes arranged horizontally. Each box contains a 3x3 grid of dots. The first box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The second box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The third box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), and (3,1). The fourth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The fifth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The sixth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The seventh box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), and (3,1).

Producto escalar o
interno \vec{x} por \vec{y}

$$\langle \vec{x}, \vec{y} \rangle$$


The image shows ten Braille boxes arranged horizontally. Each box contains a 3x3 grid of dots. The first box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The second box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), and (3,1). The third box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The fourth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The fifth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), and (3,1). The sixth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The seventh box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The eighth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), and (3,1). The ninth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2). The tenth box has dots at (1,1), (1,2), (2,1), and (2,2).

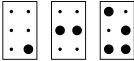

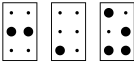

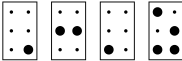

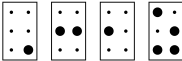

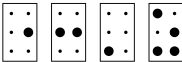

Producto escalar o
interno \vec{x} por \vec{y}

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Apéndice I

Algunas combinaciones de flechas, trazos y puntos⁴¹

Signo braille	Puntos braille	Signo tinta
	6-25-1356	
	25-3-1356	
	6-25-3-1356	
	6-25-2-1356	
	5-25-3-1356	

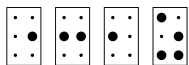
⁴¹ Se utiliza la letra «z» minúscula como base a la que afecta el signo en concreto.

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

Signo braille

Puntos braille

Signo tinta



5-25-2-1356



456-1



456-3



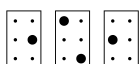
456-13



5-16



14-2



5-16-2

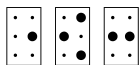


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

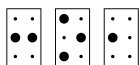
Signo braille

Puntos braille

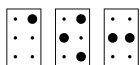
Signo tinta



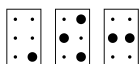
5-246-25



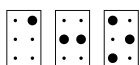
25-135-2



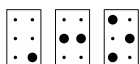
4-246-25



6-246-25



4-25-135



6-25-135



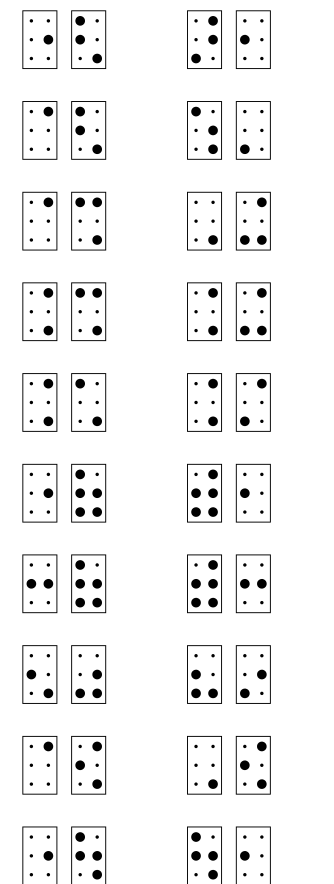
SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

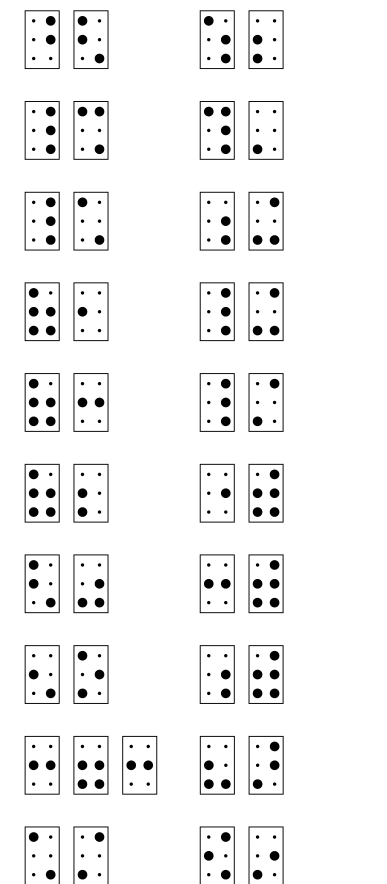
Apéndice II

Signos disponibles agrupados

a



b

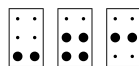


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

a

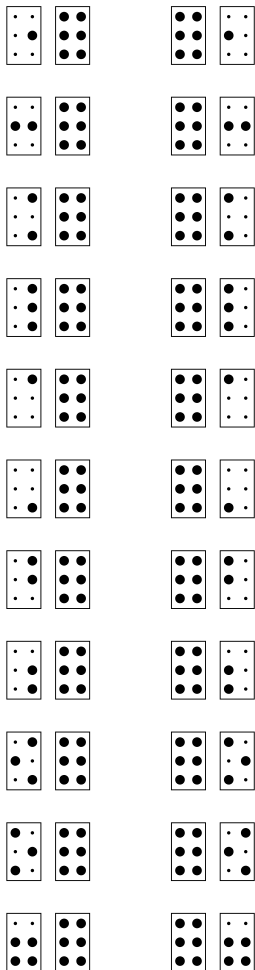


b

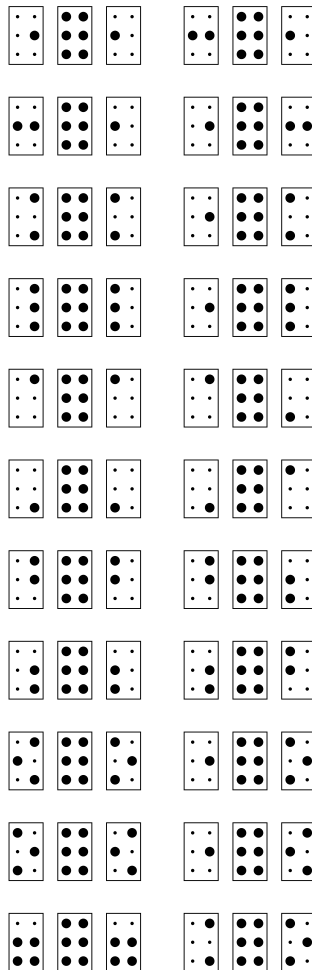


SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

c

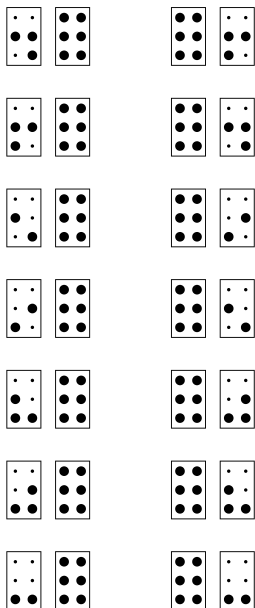


d



SIGNOGRAFÍA MATEMÁTICA

c



d

